数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，**8**ページにわたって印刷してあります。
また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は**50**分で，終わりは**午前11時00**分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　計算が必要なときは，この問題用紙の余白を利用しなさい。

5　解答は全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**

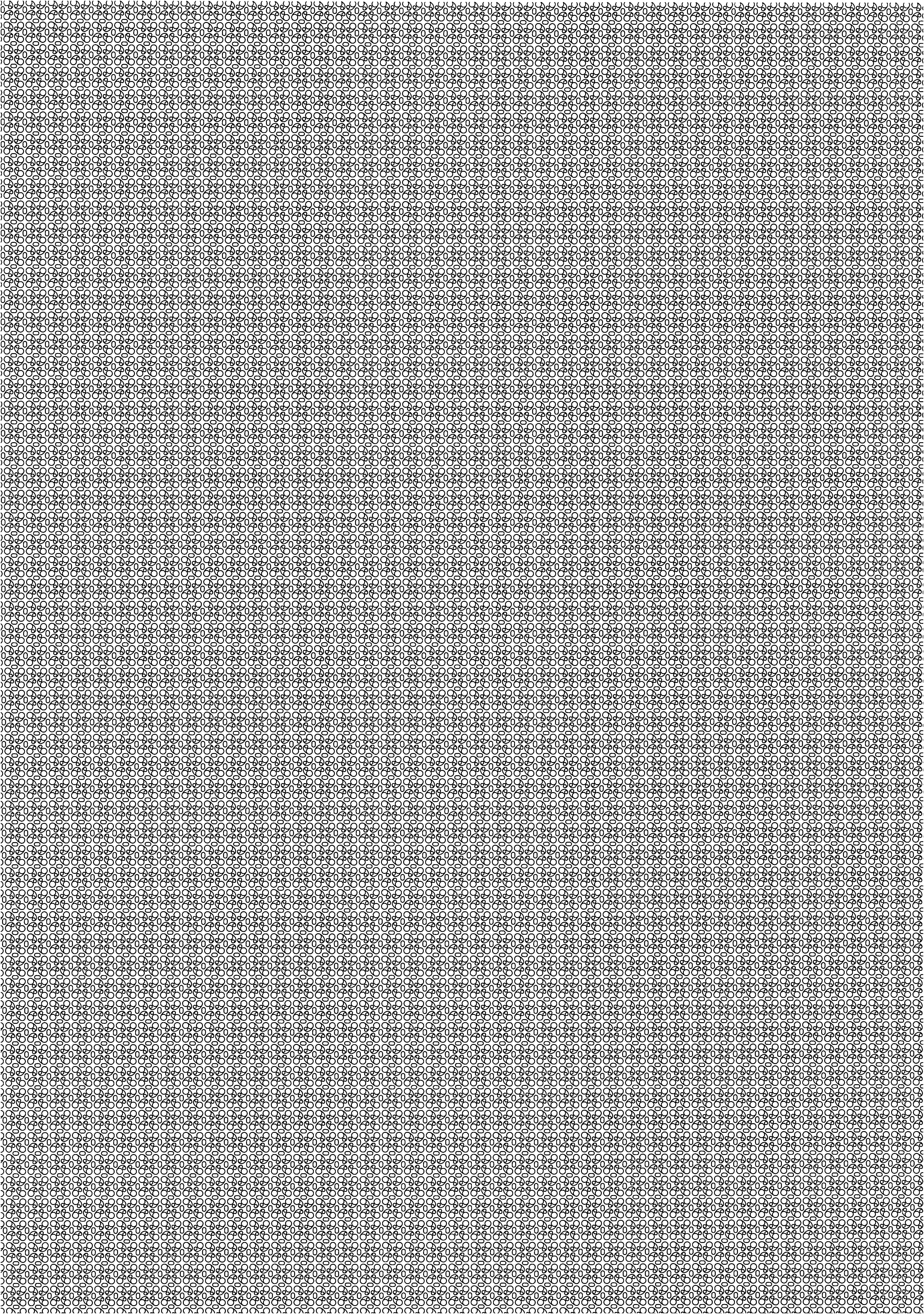
6　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい。**また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい。**

7　答えは解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい。**

8　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

9　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の** ◯ **の中を正確に塗りつぶしなさい。**

10　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。



問題は１ページからです。

1　次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\left(\dfrac{5}{7}-\dfrac{1}{21}\right)\times\dfrac{3}{\sqrt{6}}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\div\sqrt{\dfrac{9}{8}}$ を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式　$(2x+3)^2-3(x+3)+2=1$　を解け。

〔問3〕 $x=\dfrac{5-4\sqrt{7}}{2}$，$y=\dfrac{5+8\sqrt{7}}{2}$ のとき，$x^2+2xy+y^2+4x-4y$ の値を求めよ。

〔問4〕 箱の中に，1，2，3，4，5，6の数字を1つずつ書いた6枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$ が入っている。

この箱の中にある6枚のカードから，カードを1枚取り出し，取り出したカードに書いてある数字を a とし，取り出したカードを箱の中に戻して，もう一度箱の中にある6枚のカードから，カードを1枚取り出し，取り出したカードに書いてある数字を b とするとき，$\dfrac{2a+b}{\sqrt{ab}}$ が整数となる確率を求めよ。

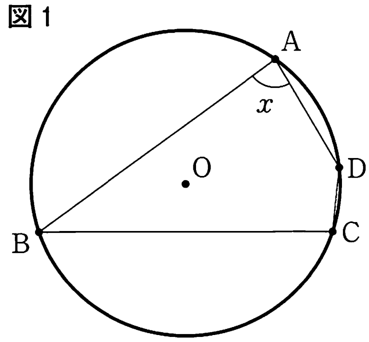
ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の**図1**のように，円Oの周上に4点A，B，C，Dがある。

点Aと点B，点Aと点D，点Bと点C，点Cと点Dをそれぞれ結ぶ。

AB = BCとし，点Cを含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さが，点Bを含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$ の長さの3倍であり，点Cを含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ の長さが，点Bを含まない $\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ の長さの6倍であるとき，x で示した∠BADの大きさは何度か。

図1



〔問6〕 消費税8％の商品Aを税込み価格 $\boxed{(a)}$ 円で，消費税10％の商品Bを税込み価格 $\boxed{(b)}$ 円で，それぞれ現金で購入するときに支払う消費税額を計算すると，合計60円であった。

商品AとBを，キャッシュレス決済(現金を使わない支払い方法)で購入するとき，それぞれの税込み価格に対して5％分の金額が，支払い時に値引きされるお店で支払う金額を計算すると，合計722円であった。

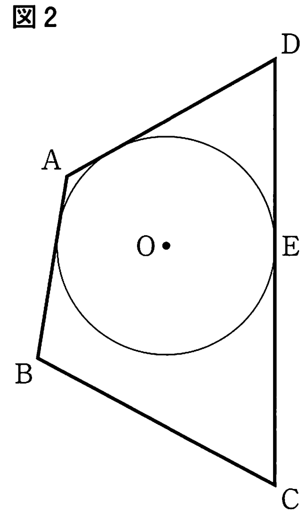
$\boxed{(a)}$，$\boxed{(b)}$ にあてはまる数を求めよ。

〔問7〕 右の**図2**で，四角形ABCDの辺AB，辺AD，辺CDにそれぞれ接する円の中心をOとし，辺CDとの接点をEとする。

解答欄に示した図をもとにして，点Eを定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Eの位置を示す文字Eも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2

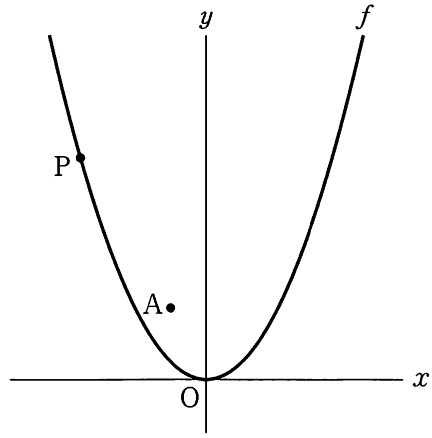


2 右の**図1**で，点Oは原点，点Aの座標は$(-2,\ 4)$であり，曲線fは関数$y=\dfrac{1}{4}x^2$のグラフを表している。

曲線f上にあり，x座標が負の数である点をPとする。

原点から点$(1,\ 0)$までの距離，および原点から点$(0,\ 1)$までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 点Pのx座標をa，直線APの傾きをbとする。

aのとる値の範囲が$-10 \leqq a \leqq -6$のとき，bのとる値の範囲を不等号を使って，

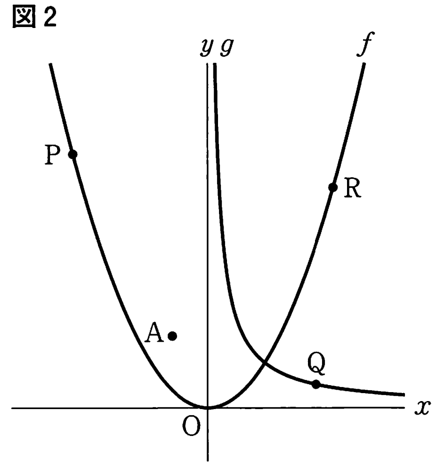
$\boxed{} \leqq b \leqq \boxed{}$ で表せ。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，曲線gは関数$y=\dfrac{8}{x}$の$x>0$の部分のグラフで，曲線g上にある点をQ，曲線f上にありx座標が正の数である点をRとした場合を表している。

点Aと点Q，点Pと点Rをそれぞれ結んだ場合を考える。

y軸を対称の軸として，点Aと線対称な点をQ，線分PRがx軸に平行で，AQ：PR＝2：7のとき，2点A，Rを通る直線の式を求めよ。

図2

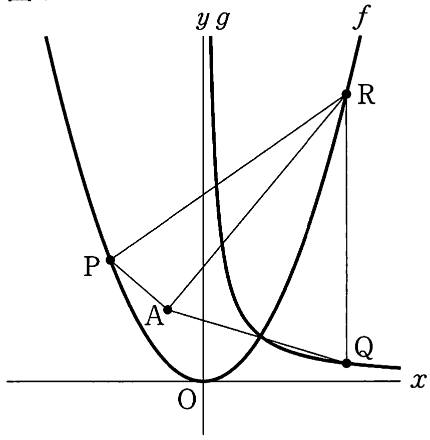


〔問3〕 右の**図3**は，**図2**において，点Qと点Rのx座標がともに8であり，点Aと点P，点Aと点Q，点Aと点R，点Pと点R，点Qと点Rをそれぞれ結んだ場合を表している。

△ARPの面積と△AQRの面積の比が33：75で，点Pのy座標が，点Aのy座標より大きいとき，直線PRの傾きを次の┊　　┊の中のように求めた。

$\boxed{(a)}$ ～ $\boxed{(c)}$ にあてはまる数，$\boxed{(d)}$ にあてはまる式をそれぞれ求め，$\boxed{(e)}$ には答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算などの続きを書き，答えを完成させよ。

図3



【答え】 点Pを通り直線ARに平行な直線と，点Aを通りx軸と平行な直線との交点をSとし，点Rと点Sを結ぶ。

△ARPの面積と△ARSの面積は等しいから，点A$(-2, 4)$，点R$(8, 16)$より，$\triangle ARP = \triangle ARS = \dfrac{1}{2} \times AS \times 12 = 6AS$ … ①

点Qの座標は$(8, 1)$だから，$\triangle AQR = \boxed{(a)}$ (cm^2) … ②

△ARPの面積と△AQRの面積の比が33：75だから，

①，②より，$AS = \boxed{(b)}$ (cm)

したがって，点Sの座標は$\left(\boxed{(c)}, 4\right)$である。

直線PSの傾きは，直線ARの傾きと等しいから，直線PSの式は

$y = \boxed{(d)}$ である。

点Pは曲線f上の点だから，点Pの座標は$\left(p, \dfrac{1}{4}p^2\right)$と表せる。

点P$\left(p, \dfrac{1}{4}p^2\right)$は直線PS上の点だから，

(e)

3 右の**図 1** で，△ABC は AC ＝ 12 cm，BC ＝ 9 cm，∠ACB ＝ 90° の直角三角形である。

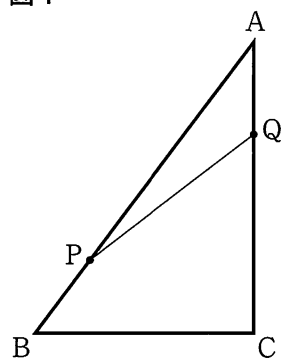
点 P は，辺 AB 上にある点で，頂点 A，頂点 B のいずれにも一致しない。

点 Q は，辺 AC 上にある点で，頂点 A，頂点 C のいずれにも一致しない。

点 P と点 Q を結ぶ。

次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 点 P が辺 AB の中点で，辺 AB と線分 PQ が垂直になるとき，線分 PQ の長さは何 cm か。

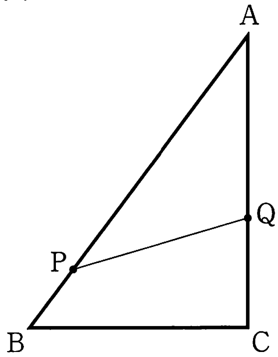
〔問２〕 右の**図２**は，**図１**において，AP ＝ AC とした場合を表している。

△ABC の面積が，△APQ の面積の２倍のとき，△APQ が AQ ＝ PQ の二等辺三角形になることを，次の［　　］の中のように証明した。

［(a)］～［(h)］にあてはまる最も適切なものを，下の**ア**～**フ**の中からそれぞれ**１つずつ**選び，記号で答えよ。

ただし，同じものを２度以上用いて答えてはならない。

図２



【証明】 点 Q から辺 AB に垂線を引き，交点を R とする。

△ABC と △APQ の面積はそれぞれ，$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \boxed{(a)} \times AC$ …①

$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times QR = \frac{1}{2} \times AC \times QR$ …② である。

△ABC の面積が，△APQ の面積の２倍だから，①，②より，

QR : BC ＝ 1 : 2 …③

△AQR と △ABC において，∠QAR と ∠［(b)］は共通，

∠ARQ ＝ ∠［(c)］＝［(d)］より，［(e)］から，△AQR ∽ △ABC である。

また，③より，△AQR と △ABC の相似比は 1 : 2 である。

よって，AR : AC ＝ AR : AP ＝ 1 : 2

これより，点 R は線分 AP の［(f)］だから，直線 QR は線分 AP の［(g)］である。

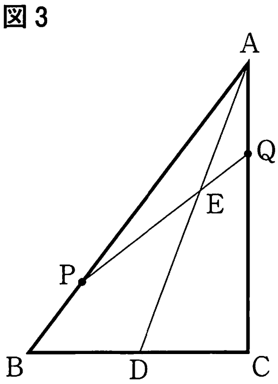
以上より，△APQ は AQ ＝［(h)］の二等辺三角形である。

ア 60°　**イ** 90°　**ウ** 120°　**エ** AB　**オ** AC　**カ** AP　**キ** BC　**ク** BP　**ケ** BR　**コ** PQ
サ PR　**シ** QR　**ス** 接点　**セ** 中点　**ソ** 頂点　**タ** 垂直二等分線　**チ** 角の二等分線
ツ 平行線　**テ** 接線　**ト** ACB　**ナ** AQP　**ニ** BAC　**ヌ** BPQ　**ネ** CQP
ノ ２組の角がそれぞれ等しい　**ハ** ２組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
ヒ １辺とその両端の角がそれぞれ等しい　**フ** ２組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

〔問３〕 右の**図３**は，**図１**において，∠BAC の二等分線を引き，辺 BC との交点を D，線分 PQ との交点を E とした場合を表している。

点 E が線分 AD の中点で，線分 AD と線分 PQ が垂直になるとき，△APQ の面積は，△ABC の面積の何倍か。

図３



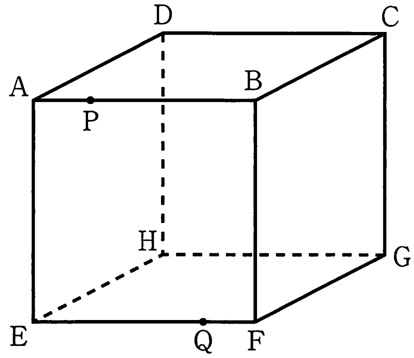
4 右の**図１**に示した立体ABCD－EFGHは，１辺の長さが4 cmの立方体である。

点Pは，頂点Aを出発し，正方形ABCDの辺上を頂点A，B，C，D，A，B，C，D，……の順に通り，毎秒1 cmの速さで動き続ける点である。

点Qは，点Pが頂点Aを出発するのと同時に頂点Eを出発し，正方形EFGHの辺上を頂点E，F，G，H，E，F，G，H，……の順に通り，毎秒3 cmの速さで動き続ける点である。

次の各問に答えよ。

図１



〔問１〕 **図１**において，点Pと点Qがそれぞれ頂点Aと頂点Eを出発してから３秒後のとき，点Pと頂点E，点Pと頂点F，点Pと点Q，点Eと頂点Q，点Fと頂点Qをそれぞれ結んだ場合を考える。

立体P－EFQの体積は何cm^3か。

〔問２〕 **図１**において，点Pと点Qがそれぞれ頂点Aと頂点Eを出発してから２秒後のとき，点Pと頂点H，点Pと点Q，点Qと頂点Hをそれぞれ結んだ場合を考える。

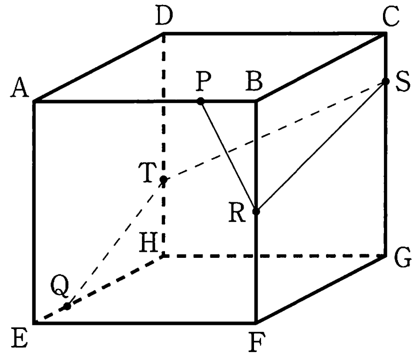
△HPQの面積は何cm^2か。

〔問3〕 右の**図2**は，**図1**において，点Pが頂点Aを出発してから3秒後，点Qが頂点Eを出発してから5秒後の位置にそれぞれとどまり，辺BF上の点をR，辺CG上の点をS，辺DH上の点をTとし，点Pと点R，点Rと点S，点Sと点T，点Tと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。

PR＋RS＋ST＋TQ＝ℓ cmとする。

ℓの値が最も小さくなるとき，RS＋STの長さは何cmか。

図2

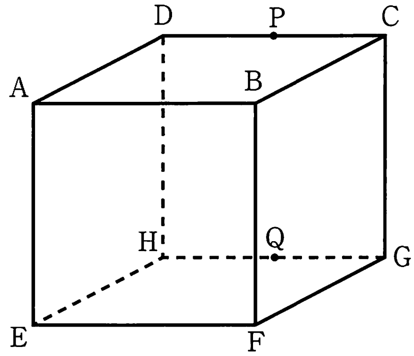


〔問4〕 右の**図3**は，**図1**において，点Pが頂点Aを出発してから10秒後，点Qが頂点Eを出発してから14秒後の位置にそれぞれとどまった場合を表している。

点Pが頂点Aを出発してから6秒後の点をU，点Qが頂点Eを出発してから2秒後の点と，11秒後の点をそれぞれV，Wとし，
点Pと点Q，点Pと点U，点Pと点W，
点Qと点V，点Qと点W，点Uと点V，
点Uと点W，点Vと点Wをそれぞれ結んだ場合を考える。

立体W－PUVQの体積は何cm^3か。

図3



2
新
数
学