数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，5 ページにわたって印刷してあります。
2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。
3　声を出して読んではいけません。
4　答えはすべて解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**
5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたままで表しなさい。**
6　答えを直すときは，きれいに消してから，新しい答えを書きなさい。
7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $x = 5 + 2\sqrt{2}$，$y = 4 + 4\sqrt{2}$ のとき，$\dfrac{x - 2y}{3} - \dfrac{2x - 3y}{2}$ の値を求めよ。

〔問 2〕 $a > 0$，$b > 0$ とする。

関数 $y = ax^2$ と一次関数 $y = bx + 3$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のとき，2 つの関数の y の変域が一致する。

定数 a，b の値を求めよ。

〔問 3〕 右の図で，点Oは線分ABを直径とする円の中心である。

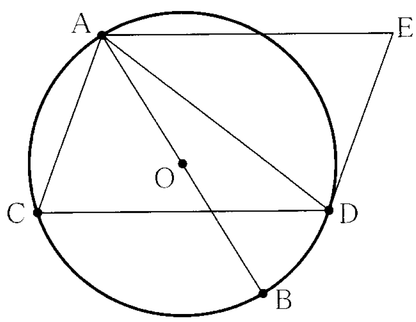
点Cは$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$上にある点で，点A，点Bのいずれにも一致しない。

点Dは点Cを含まない$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$上にある点で，点A，点Bのいずれにも一致しない。

点Aと点C，点Aと点D，点Cと点Dをそれぞれ結ぶ。

点Aを通り線分CDに平行な直線と，点Dを通り線分CAに平行な直線との交点をEとする。

$\angle \mathrm{AED} = 70^\circ$ のとき，$\angle \mathrm{BAD}$の大きさは何度か。

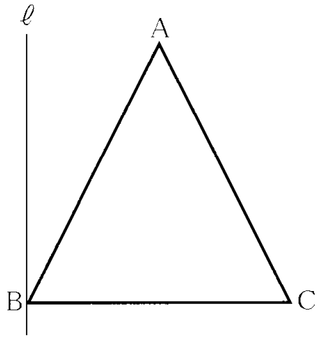


〔問 4〕　右の**図 1** で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形で，辺BCを底辺とするとき，三角形の底辺と高さはともに 4 cm である。

△ABCを，点Bを通り辺BCに垂直な直線 ℓ を軸として 1 回転させたときにできる立体の体積は何 cm^3 か。

ただし，円周率は π とする。

図 1



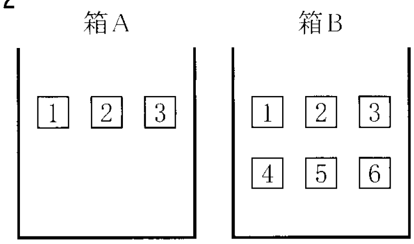
〔問 5〕　右の**図 2** のように，1，2，3 の数字が 1 つずつ書かれた 3 枚のカードが入っている箱Aと，1，2，3，4，5，6 の数字が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードが入っている箱Bがある。

2 つの箱から 1 枚ずつのカードを同時に取り出し，箱Aから取り出したカードに書かれた数を a，箱Bから取り出したカードに書かれた数を b とする。

a，b を用いて，x についての二次方程式 $x^2 + ax - b = 0$ を作るとき，2 つの解がそれぞれ整数になる確率を求めよ。

ただし，どちらの箱についても，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

図 2

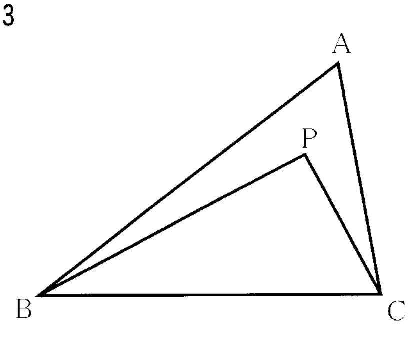


〔問 6〕　右の**図 3** で，△PBCの頂点Pは△ABCの内部にあり，頂点Pと線分AB，線分ACとの距離はそれぞれ等しく，∠BPCの大きさは90°である。

解答欄に示した図をもとにして，線分BP，線分CPを定規とコンパスを用いて作図せよ。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 3



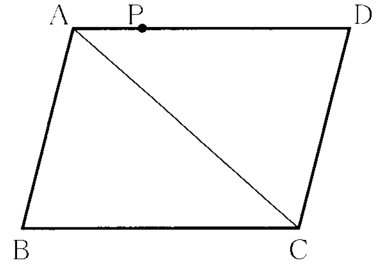
2　右の **図 1** に示した四角形ABCDは，AB ＝ 6 cm，AD ＝ 8 cm の平行四辺形である。

点Ｐは辺AD上にある点で，頂点Ａ，頂点Ｄのいずれにも一致しない。

対角線ACを引く。

次の各問に答えよ。

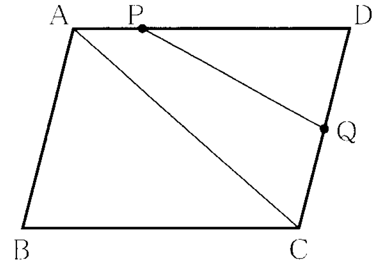
図 1



〔問 1〕　右の **図 2** は，**図 1** において，辺CD上にある点をＱとし，点Ｐと点Ｑを結んだ場合を表している。

AP ＝ 2 cm，CQ ＝ 3 cm のとき，四角形ACQPの面積は，四角形ABCDの面積の何分のいくつか。

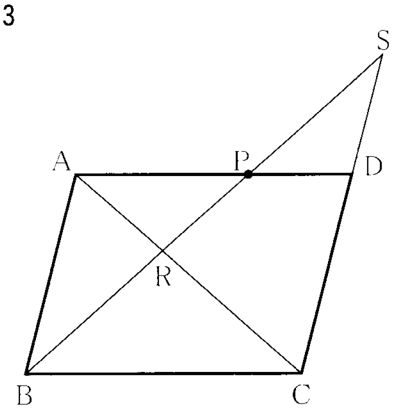
図 2



〔問 2〕　右の **図 3** は，**図 1** において，頂点Ｂと点Ｐを結び，線分ＢＰと対角線ACとの交点をＲ，線分ＢＰをＰの方向に延ばした直線と辺CDをＤの方向に延ばした直線との交点をＳとした場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図 3



(1)　AP ＝ 5 cm のとき，線分BRの長さと線分ＰＳの長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

(2)　AP ＝ x cm，CS ＝ y cm とするとき，$\triangle$ABP $\backsim$ $\triangle$CSBであることを証明し，y を x の式で表して，y は x に反比例することを示せ。

ただし，$0 < x < 8$ とする。

3 右の**図1**で，点Oは原点，曲線ℓは関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

点Pは曲線ℓ上にあり，点Pのx座標はpである。

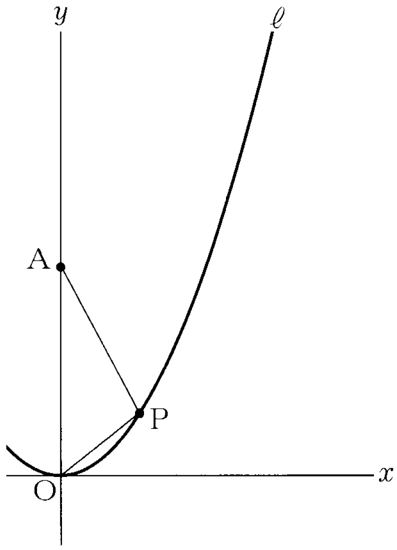
点Aはy軸上にあり，点Aのy座標はaである。

ただし，$p>0$，$a>0$とする。

点Aと点P，点Oと点Pをそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 $p=2$のとき，点Aを通り，2点O，Pを通る直線と平行な直線が点(6，8)を通る。

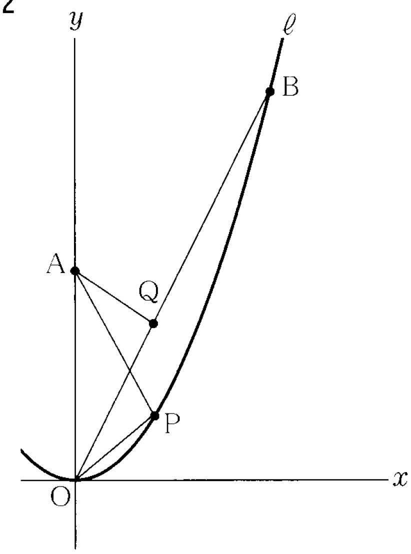
aの値を求めよ。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，$a=9$のとき，曲線ℓ上にあり，x座標が8である点をB，点Bと点Oを結んだ線分OB上にある点をQとし，点Aと点Qを結んだ場合を表している。

△OAPと△AOQが合同のとき，pの値を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や説明なども書け。

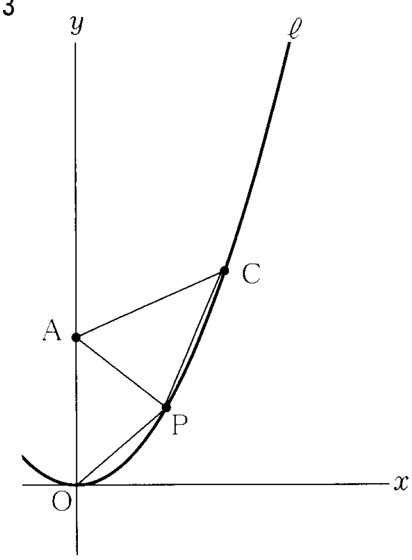
図2



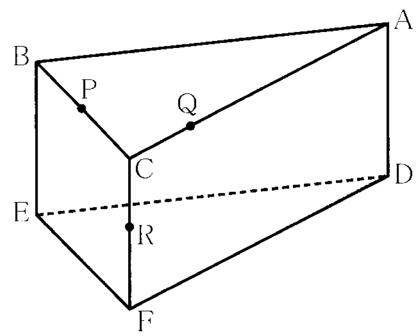
〔問3〕 右の**図3**は，**図1**において，$p=4$のとき，曲線ℓ上にあり，x座標が6である点をCとし，点Aと点C，点Cと点Pをそれぞれ結んだ場合を表している。

△AOPと△ACPの面積が等しいとき，2点A，Pを通る直線の式を求めよ。

図3



4 右の図に示した立体ABC－DEFは，$AC=12$ cm，$BC=5$ cm，$CF=6$ cm，$\angle ACB=90^\circ$ で側面がすべて長方形の三角柱である。



点Pは，頂点Cを出発し，毎秒 2 cm の速さで，辺CB，BA上をC，B，Aの順に動き，頂点Aに到着し，止まる。

点Qは，点Pが頂点Cを出発するのと同時に頂点Cを出発し，毎秒 2 cm の速さで，辺CA，AD上をC，A，Dの順に動き，頂点Dに到着し，止まる。

点Rは，点Pが頂点Cを出発するのと同時に頂点Cを出発し，毎秒 2 cm の速さで，辺CF，FD上をC，F，Dの順に動き，頂点Dに到着し，止まる。

点Pが頂点Cを出発してからの時間を x 秒とするとき，次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $x=1$ のとき，点Dと点Pを結んだ場合を考える。
線分DPの長さは何 cm か。

〔問 2〕 $x=2$ のとき，点Pと点Q，点Pと点R，点Qと点Rをそれぞれ結んだ場合を考える。
頂点Cから△PQRに引いた垂線と△PQRとの交点をHとする。
線分CHの長さは何 cm か。

〔問 3〕 $3<x<6$ のとき，点Cと点P，点Cと点R，点Pと点Q，点Pと点R，点Qと点Rをそれぞれ結んだ場合を考える。

三角すいC－PQRの体積が $\dfrac{400}{13}$ cm^3 となることが 2 回ある。2 回目に三角すいC－PQRの体積が $\dfrac{400}{13}$ cm^3 となるのは，3 点P，Q，Rが頂点Cを出発してから何秒後か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。