

数 学

6 ↓ 新 数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、8 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読んではいけません。
- 4 計算が必要なときは、この問題用紙の余白を利用しなさい。
- 5 解答は全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 6 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 7 答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 8 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書きなさい。
- 9 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、その数字の ○ の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 10 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

問題は1 ページからです。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\left(\frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{3}}\right) \times 2\sqrt{3}$ を計算せよ。

〔問2〕 連立方程式
$$\begin{cases} 0.25x + y = 0.75 \\ \frac{x-2y}{5} = \frac{21}{25} \end{cases}$$
 を解け。

〔問3〕 x についての二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が1と2であるとき、

$\frac{(a+b)(2a+b)}{(a+b+2)(2a+b+2)}$ の値を求めよ。

〔問4〕 箱の中に、 $-2, -1, 0, 2, 3, 5$ の数字を1つずつ書いた6枚のカード

$\boxed{-2}, \boxed{-1}, \boxed{0}, \boxed{2}, \boxed{3}, \boxed{5}$ が入っている。

この箱の中にある6枚のカードから、カードを1枚取り出し、取り出したカードに書いてある数字を a とし、取り出したカードを箱の中に戻して、もう一度箱の中にある6枚のカードから、カードを1枚取り出し、取り出したカードに書いてある数字を b とするとき、 $4 \leq (a+b)^2 \leq 16$ となる確率を求めよ。

ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 右の図1で、四角形 ABCD は

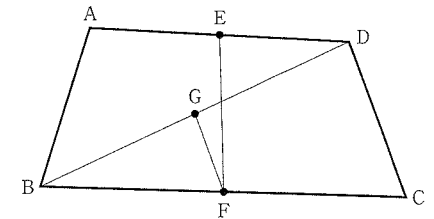
AB = CD の四角形である。

頂点 B と頂点 D を結ぶ。

辺 AD の中点を E、辺 BC の中点を F、線分 BD の中点を G とし、点 E と点 F、点 F と点 G をそれぞれ結ぶ。

$\angle ABD = 48^\circ$ 、 $\angle BDC = 86^\circ$ のとき、 $\angle EFG$ の大きさは何度か。

図1



〔問6〕 右の図2は、おうぎ形 OAB である。

点 P は線分 OA 上にある点で、

点 O と点 A のいずれにも一致しない。

点 Q は $\widehat{AB}$ 上にある点で、

点 A と点 B のいずれにも一致しない。

点 R は線分 OB 上にある点で、

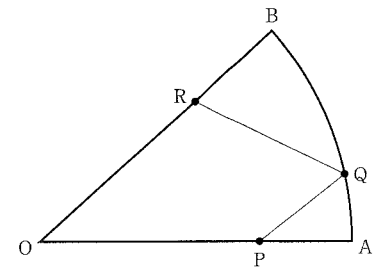
点 O と点 B のいずれにも一致しない。

点 P と点 Q、点 Q と点 R をそれぞれ結ぶ。

解答欄に示した図をもとにして、四角形 OPQR がひし形となる点 P、点 Q、点 R をそれぞれ、定規とコンパスを用いて作図によって求め、点 P、点 Q、点 R の位置を示す文字 P、Q、R も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



2 右の図で、点 O は原点、曲線 f は関数 $y = 3x^2$ のグラフ、曲線 g は関数 $y = ax^2$ のグラフを表している。

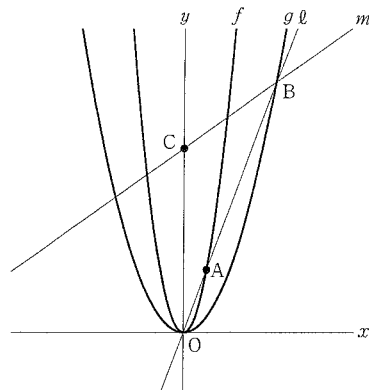
点 A は曲線 f 上にあり、 x 座標は 1 である。

2 点 O 、 A を通る直線 ℓ と曲線 g との交点を $B(4, 12)$ とする。

y 軸上にあり、 y 座標が 9 である点を C とする。

2 点 B 、 C を通る直線を m とする。

次の各問に答えよ。



〔問 1〕 曲線 g と直線 m との交点のうち、点 B と異なる点の座標を求めよ。

〔問 2〕 点 A を通り直線 m に平行な直線と、点 C を通り直線 ℓ に平行な直線との交点を D とした場合を考える。

次の (1)、(2)、(3) に答えよ。

(1) 2 点 C 、 D を通る直線の式を求めよ。

(2) 線分 CD 上にあり、点 C と点 D のいずれにも一致しない点を E とし、点 A と点 E を結んだ場合を考える。

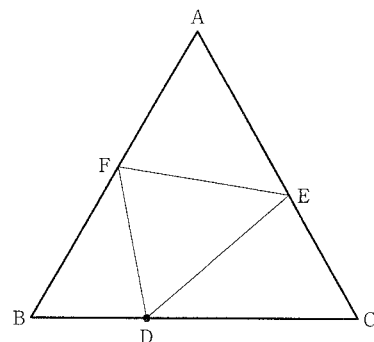
四角形 $ABCE$ の面積と四角形 $OAED$ の面積の比が $4 : 3$ のとき、点 E の座標を求めよ。

(3) 点 A と点 C を結び、点 B を通り y 軸に平行な直線を引き、 x 軸との交点を F とした場合を考える。

四角形 $OFBC$ の面積と $\triangle ABC$ の面積の比を、最も簡単な整数の比で表せ。

- 3 右の図1で、 $\triangle ABC$ は正三角形である。
- 辺BC上にあり頂点B、頂点Cのいずれにも一致しない点をDとし、頂点Aが点Dと一致するように折り返したときの折り目と重なる直線と辺ACとの交点をE、辺ABとの交点をFとする。
- 次の各問に答えよ。

図1



- 〔問1〕 $AF:AE = 4:5$ 、 $\triangle BDF$ の面積が $32\sqrt{3}\text{ cm}^2$ のとき、 $\triangle CED$ の面積は何 cm^2 か。

- 〔問2〕 $AB = 8\text{ cm}$ 、 $BD:DC = 1:3$ のとき、線分CEの長さは何 cm か。

ただし、線分CEの長さを $x\text{ cm}$ として、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

- 〔問3〕 右の図2は、図1において、

3点A、B、Cを通る円をかき、
頂点Aと点Dを結び、線分ADをDの方向に延ばした直線と円との交点をGとし、
頂点Bと点G、頂点Cと点Gをそれぞれ結んだ場合を表している。

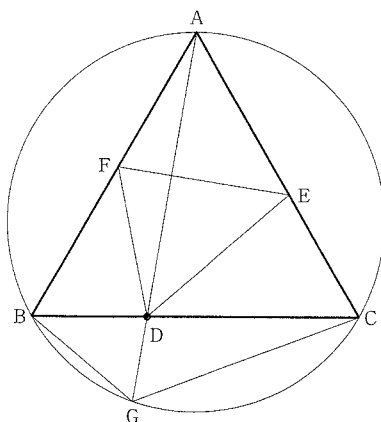
$AG = BG + CG$ が成り立つことを

の中のように証明する。

① ～ ⑩ に当てはまる最も適切なものを、 の語群の中の
ア～フの中からそれぞれ1つずつ選び、
記号で答えよ。

ただし、同じものを2度以上用いて
答えてはならない。

図2



語群

ア	AB	イ	HG	ウ	DC	エ	DE	オ	BC	カ	CG	キ	CH
ク	DH	ケ	CGH	コ	CBG	サ	AGC	シ	ADE	ス	ABC	セ	BCG
ソ	1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい						タ	2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい					
チ	2組の角がそれぞれ等しい				ツ	3組の辺の比がすべて等しい				テ	合同		
ト	相似		ナ	直角三角形		ニ	正三角形		ヌ	直角二等辺三角形			
ネ	二等辺三角形			ノ	30	ハ	45	ヒ	60	フ	90		

【証明】

線分AG上にあり $AH = BG$ となる点をHとし、頂点Cと点Hを結ぶ。

$\triangle AHC$ と $\triangle BGC$ において、仮定より、 $AH = BG$ ……(1)

$\triangle ABC$ は正三角形であるから、 $AC =$ ① ……(2)

$\widehat{CG}$ に対する円周角の定理により、 $\angle CAH = \angle$ ② ……(3)

(1)、(2)、(3)より、③ ので、 $\triangle AHC$ と $\triangle BGC$ は ④ である。

よって、⑤ = CG

したがって、 $\triangle CGH$ は ⑥ である。

また、 $\widehat{AC}$ に対する円周角の定理により、

$\angle$ ⑦ = $\angle ABC =$ ⑧ $^\circ$ であるから、

$\triangle CGH$ は ⑨ である。よって、⑩ = CG ……(4)

(1)、(4)より、 $AG = AH + HG = BG + CG$ である。

4 右の図 1 に示した立体 $ABCD-EFGH$ は、1 辺の長さが 2 cm の立方体である。

右の図 2 に示した立体 $IJKL-MNOP$ は、1 辺の長さが 4 cm の立方体である。

右の図 3 に示した立体は、図 2 の立方体の面 $IJKL$ に図 1 の立方体の面 $EFGH$ を、頂点 G と頂点 K が一致し、頂点 F が辺 JK 上に、頂点 H が辺 KL 上にあるように重ね合わせた立体である。

図 3 において、辺 BC の中点を Q 、辺 CD の中点を R とし、頂点 N と点 Q 、頂点 N と頂点 P 、頂点 P と点 R 、点 Q と点 R をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

〔問 1〕 図 3 において、頂点 F と頂点 H を結んだ場合を考える。

立体 $CRQ-GHF$ の体積と立体 $KHF-OPN$ の体積の比を、最も簡単な整数の比で表せ。

図 1

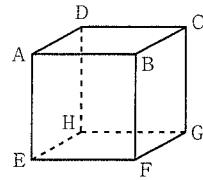


図 2

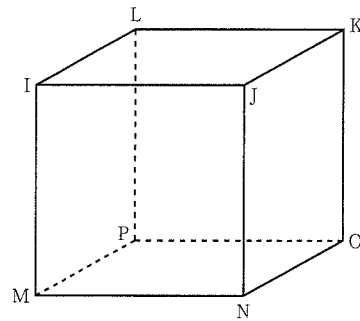
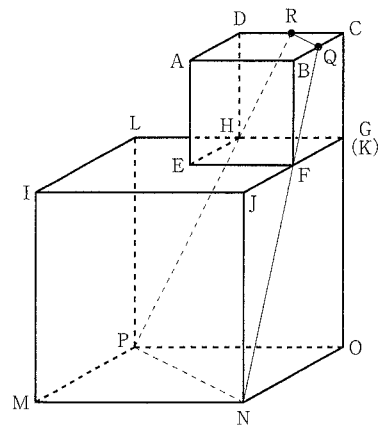


図 3



〔問 2〕 図 3 において、頂点 O から四角形 $NQRP$ に引いた垂線と四角形 $NQRP$ との交点を S とした場合を考える。

線分 OS の長さは何 cm か。

〔問 3〕 図 3 において、頂点 I と頂点 O を結び、四角形 $NQRP$ と線分 IO との交点を T とし、頂点 M と点 T 、頂点 N と点 T 、頂点 P と点 T をそれぞれ結んだ場合を考える。

立体 $T-MNOP$ の体積は何 cm^3 か。