数学B【第3回学習課題】

※こちらは提出不要

・まずは公式を使えるようにしよう!

等差数列の和の公式

初項:a ,公差:d ,項数:n ,末項:l ,和:S_n とすると

$$S_n = \frac{1}{2}n(a+l)$$

$$S_n = \frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$$

対応関係しっかり覚えて公式を使えるようにしましょう。
(2つとも覚えよう!)

問10

(1) 初項7,末項61,項数10

a l n

$$S_n = \frac{1}{2} \times 10 \times (7+61) = \underline{340}$$

$S_n = \frac{1}{2} \times n \times (a+l)$ を使用

(2) 初項-10,公差4,項数13

a d n

$$S_n = \frac{1}{2} \times 13 \times \{2 \times (-10) + (13-1) \times 4\}$$

$S_n = \frac{1}{2} \times n \{2 \times a + (n-1) \times d\}$ を使用

S_nを求めるのに必要なもの

a, n, d, l.

必須 どっちか

$S_n = \frac{1}{2}n(a+l)$ / $S_n = \frac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$

使い分けできるように!

問11

$(-5)+(-2)+1+\cdots+22$

初項 : -5

公差 : 3 ←3ずつ増えてる

末項 : 22

項数が分からないと和が分からない ⇒ $a_n=22$ として n を求める。

$a_n = \underset{\text{初}}{\underline{-5}} + (n-1)\times\underset{\text{公差}}{\underline{3}} = \underset{\text{一般項}}{\underline{3n-8}} = 22$

$3n-8=22$

$\Leftrightarrow 3n=30$

$\Leftrightarrow n=\underset{\text{項数}}{\underline{10}}$

$S_n = \frac{1}{2}\times\underset{n}{\underline{10}}\times(\underset{a}{\underline{-5}}+\underset{l}{\underline{22}})$

$= 5\times17 = \underline{85}$

2つある公式のどちらを使ってもよい。

問12

初項 -21，公差3の等差数列

初項から第何項までの和が81となるか。

第n項とする

$S_n=\frac{1}{2}\times n\{2\times(-21)+(n-1)\times3\}=81$

$S_n=\frac{1}{2}\times n\{2a+(n-1)\times d\}$ を使た。

$\cancel{2}\times\cancel{\frac{1}{2}}n\{-42+3n-3\}=81\times2$ 両辺2倍

$n(3n-45)=162$ 両辺÷3

$n(n-15)=54$ 展開して整理

$n^2-15n-54=0$ 因数分解 たして -15 かけて -54

$(n-18)(n+3)=0$

$n=18, -3$

$n>0$ より

$n=18$

よって第18項まで

問13

(1) 1〜100までの自然数

初項：1
公差：1
末項：100
項数：100

$$S_{100}=\frac{1}{2}\times\underbrace{100}_{n}\times(\underbrace{1}_{a}+\underbrace{100}_{\ell})=\underline{5050}$$

(2) 1〜59までの奇数

初項：1
公差：2
末項：59
項数：30

$$S_{30}=\frac{1}{2}\times30\times(1+59)$$
$$=\underline{900}$$

末項の59をa_nとして

$a_n=1+(n-1)\times2=2n-1$

$2n-1=59$

$2n=60$

$n=30$ 項数

問14 2桁の自然数のうち，7の倍数であるものの和を求めよ。

注意！

初項：14
公差：7
末項：98
項数：13

$$S_{13}=\frac{1}{2}\times13\times(14+98)$$
$$=\underline{728}$$

末項98をa_nとする。

$a_n=98=14+(n-1)\times7$

$7n+7=98$

$7n=91$

$n=13$

。数列において大切なこと。

・一般項a_nをnの式で表す。

・和の公式をしっかり覚える

等比数列の和の公式

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

$$S_n = na \quad (r = 1)$$

(a：初項，r：公比，n：項数，S_n：和)

まずは使えるように。こっちは等比数列の公式なので混合しないように！

問19

(1) 初項 6，公比 3，項数 4

$$S_4 = \frac{6(1-3^4)}{1-3} = \frac{6(1-3^4)}{-2} = -3 \times (1-81) = \underline{240}$$

(2) 初項 3，公比 −2，項数 6

$$S_n = \frac{3(1-(-2)^6)}{1-(-2)} = \frac{3(1-64)}{3} = \underline{-63}$$

問20

(1) 1, 3, 9, 27, … 初項 a：1，公比 r：3

$$S_n = \frac{1\cdot(1-3^n)}{1-3} = \underline{\frac{1}{2}(3^n-1) = \frac{3^n-1}{2} = \frac{1}{2}\cdot 3^n - \frac{1}{2}}$$

← いずれの形でも可

(2) 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, … 初項 a：2，公比 r：$\frac{1}{2}$

$$S_n = \frac{2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{2\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)\times 2}{\frac{1}{2}\times 2} = \underline{4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 4-4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

問21

1日目 1円 ← 初項

2日目 2円 ×2 ← 公比

3日目 4円

⋮

10日目の貯金総額

$$S_{10} = \frac{1\cdot(1-2^{10})}{1-2} = 2^{10}-1$$

$$= 1023\text{円}$$

20日目にはどうか

$$S_{20} = \frac{1\cdot(1-2^{20})}{1-2} = 2^{20}-1$$

$$= 1048575\text{円}$$

問22

初項から第3項までの和 = 35 …①

初項から第6項までの和 = 315 …②

初項 : a , 公比 : r とする

①, ② をそれぞれ a, r を用いて表すと、

$$S_3 = \frac{a(1-r^3)}{1-r} = 35 \quad , S_6 = \frac{a(1-r^6)}{1-r} = 315$$

$(1-r^3)(1+r^3)$ と因数分解

$$\underbrace{\frac{a(1-r^3)}{1-r}}_{=35}(1+r^3) = 315 \Leftrightarrow 35(1+r^3) = 315$$

両辺を35で割る

$$1+r^3 = 9$$

1を移項

$r^3 = 8$ よって $r = 2$ // これを S_3 に代入

$$\frac{a(1-2^3)}{1-2} = 35$$

$$\Leftrightarrow 7a = 35$$

$$\Leftrightarrow a = 5 \text{ //}$$

よって 初項は 5

公比は 2 である。