

5月13日に出した第2回学習課題の続きです。新しい範囲もあるため、教科書をよく読みWRITEの自習をしつつ、課題プリントを提出すること。その際**考え方や途中式を丁寧に書く**こと。提出は2枚をホチキス留めし、他教科の課題とともに郵送で提出すること。

1. 等差数列の和の成り立ち～公式まで (教科書p.13)

空欄を教科書を見ながら埋めてみましょう。この1. に関しては正解・不正解は問いません。理解の一助として設けています。よく分からなかったら飛ばしても大丈夫です。まずは公式を使えるようになりましょう。

初項2, 公差3の等差数列の、初項～第5項までの和Sについて考える。

$$S = \boxed{} \quad \dots \textcircled{1}$$

加える順序を逆にして書いてみましょう。

$$S = \boxed{} \quad \dots \textcircled{2}$$

①、②の両辺をそれぞれ足してみましょう。

$$2S = \boxed{}$$

同じ数字が出てくるのわかりますか？また、同じ数字が**いくつ**出てきましたか？

上の式のままだと2Sになってしまっているの両辺を2で割りましょう。これで和が出てきます。

$$S = \frac{1}{2}(5 \times 16) = 40 \quad \dots \textcircled{3}$$

③の式の $\frac{1}{2}$ は「項数」、 $(5 + 16)$ は「初項+末項(一番最後の項)」である。等差数列の公式を言葉で書くと

$$S = \frac{1}{2}(\text{項数})(\text{初項} + \text{末項}) \text{ となる。}$$

よって、等差数列の和の公式は次のように書ける

S_n : 第n項までの和、 a : 初項、 l : 末項、 d : 公差とすると

$$S_n = \frac{1}{2}n(a + l)$$

また、 $l = a_n$ で、 $a_n = a + (n - 1)d$ なので

$$S_n = \frac{1}{2}n(a + a + (n - 1)d) = \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)d)$$

公式を覚えるのはもちろんなのですが、等差数列の和を求めるためには、**初項、項数**は必須、それに加えて**公差か末項どちらか**の情報が必要であることを式から理解しましょう。

次の問題からは答えを見ずに考えて自分の力で解いていきましょう。

2. 問10 (教科書p.14) 次の等差数列の和を求めよ。

(1) 初項7, 末項61, 項数10

(2) 初項-10, 公差4, 項数13

解答 (1) $S_{10} = 340$ (2) $S_{13} = 182$

3. 問11 (教科書p.14) 等差数列の和

$(-5) + (-2) + 1 + \dots + 22$ を求めよ。

※初項、公差、末項など等差数列の和を求めるために必要な情報は何か式から読み取る。手前にある例7を見比べて解いてみましょう。

初項:

公差:

末項:

末項を a_n として n を求める。(等差数列の一般項についてはp.11)

n は項数なのであとは等差数列の和の公式に当てはめて計算をする。

解答 $S_{10} = 85$

4. 問12 (教科書p.15) 初項-21, 公差3の等差数列において、初項から第何項までの和が81となるか。

与えられている情報は初項と公差と和のみ。末項と項数についての情報がない。かといって2ついっぺんに求めようとするのは難しいので末項を使わないほうの等差数列の公式に、初項と公差と和を当てはめていきましょう。あとは計算です。

$$S_n = \frac{1}{2} \times (\text{項数}) \times \{ \text{初項} + (\text{項数} - 1) \times \text{公差} \} = \text{和}$$

解答 第18項まで

5. 問13 (教科書p.15) 次の数の和を求めよ。

(1) 1から100までの自然数

(初項、末項、項数はいくつかわからない)

(2) 1から59までの奇数

(初項、末項、項数はいくつかわからない)

解答 (1) 5050 (2) 900

6. 問 1 4 (教科書p.15) 2桁の自然数のうち、7の倍数であるものの和を求めよ。

問 1 3 同様、初項と末項と項数が分かれば和を求めることができます。

【解答】 728

7.

8. 等比数列の和の公式 (教科書p.19)

第 n 項までの和 : S_n , 初項 : a , 公比 d

まずは形を覚えて使えるようにしましょう。

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \quad (r \neq 1)$$

$$S_n = na \quad (r=1)$$

9. 問 1 9 (教科書p.19) 次の等比数列の和を求めよ。

(1) 初項 6, 公比 3, 項数 4

$$S_4 = \frac{6(1-3^4)}{1-3} =$$

(2) 初項 3, 公比 -2, 項数 6

$$S_6 = \frac{3(1-(-2)^6)}{1-(-2)} =$$

【解答】 (1) $S_4=240$ (2) $S_6=-63$

10. 問 2 0 (教科書p.19) 次の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(1) 1, 3, 9, 27, ...

(2) 2, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, ...

【解答】 (1) $S_n = \frac{3^n - 1}{2}$

(2) $S_n = 4 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$

11. 問 2 1 (教科書p.19) 1日目に1円, 2日目に2円, 3日目に4円というように, 毎日, 前日の2倍の金額を貯金していくと, 10日目には貯金の総額はいくらになるか。また, 20日目にはどうか。

【解答】 10日目 : 1023円 , 20日目 : 1048575円

12. 問 2 2 (教科書p.20) 初項から第3項までの和が35, 初項から第6項までの和が315である等比数列の初項と公比を求めよ。ただし, 公比は実数とする。 ※例題7を見てからとくとやりやすいと思います。

問題文に書いてあることを式に直すことが大切です。

【解答】 初項 : 5 公比 : 2

13. <参考> 等差中項と等比中項 (教科書p.21)

等差中項

等差数列のある項を a, b, c とし, 公差を d とすると $a = b - d, c = b + d$ となる。 $a + c = (b - d) + (b + d) = 2b$ より次が成り立つ

$$2b = a + c$$

等比中項

等比数列のある項を a, b, c とし, 公比を r とすると $b = ar, c = ar^2$ となる。 $ac = a \times ar^2 = (ar)^2 = b^2$ なので, 次が成り立つ。

$$b^2 = ac$$

余力があれば教科書p.21の間1, 間2をやってみてください。

問 1 (1) $x=9$ (2) $x=\frac{1}{3}$

問 2 (1) $x=\pm 6$ (2) $x=\pm\sqrt{6}$

(以上となります)