

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 答えは全て解答用紙に H B 又は B の鉛筆 (シャープペンシルも可) を
使って明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含
まない形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 答えを直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないよう
にして、新しい答えを書きなさい。
- 8 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面につ
いては、その数字の  の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\left\{ \left(\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right)^2 - \left(\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right)^2 \right\} \div \sqrt{\frac{3}{5}}$ を計算せよ。

〔問 2〕 2 次方程式 $(3x-1)^2 - 2(3x-1) - 8 = 0$ を解け。

〔問 3〕 1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。

大きいさいころの出た目の数を a ，小さいさいころの出た目の数を b とするとき， $a^2 - b^2$ を計算した結果が $5k$ (k は整数) の形で表される確率を求めよ。

ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 4〕 右の図 1 は，中学生 15 人の小テストの結果をヒストグラムに表したものである。ヒストグラムの各階級の幅は左側の数値を含み，右側の数値を含まず，16 点以上 18 点未満の生徒は 0 人である。

図 1 のヒストグラムを箱ひげ図に表したとき，右の図 2 のア～エのうちから，適切であるものを 2 つ選び，記号で答えよ。

ただし，テストの点数は全て整数とする。

図 1

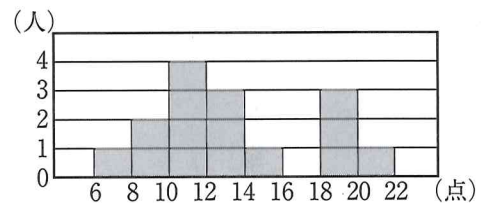
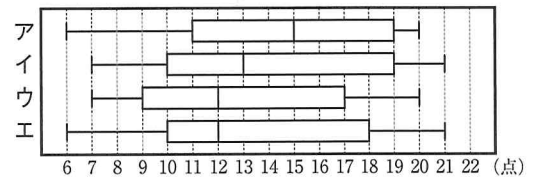


図 2



〔問 5〕 右の図 3 のように，半直線 OX，半直線 OY があり， $\angle XOY = 80^\circ$ である。

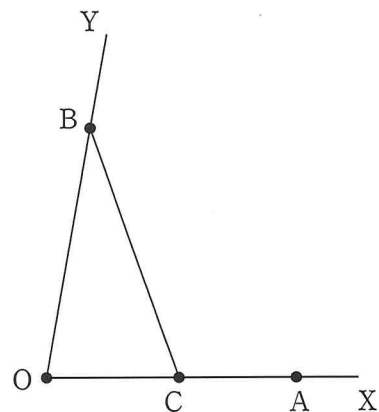
点 A，点 B はそれぞれ半直線 OX，半直線 OY 上にあり， $OA = OB$ となる点である。

半直線 OX 上にあり， $\angle OCB = 70^\circ$ となる点を C とし，点 B と点 C を結ぶ。

解答欄に示した図をもとにして，半直線 OY 上にあり，2 点 B，C を通る円の中心 D を，定規とコンパスを用いて作図し，点 D の位置を示す文字 D も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 3



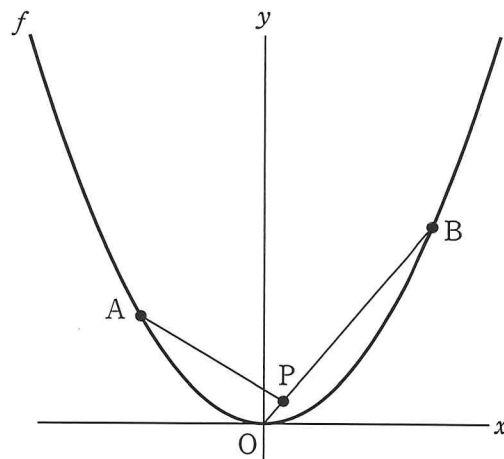
2 右の図1で、点Oは原点、曲線 f は関数 $y=ax^2(a>0)$ のグラフを表している。

2点A, Bはともに曲線 f 上にあり、点Aの x 座標は-3、点Bの x 座標は4である。

点Oと点Bを結び、線分OB上にある点をPとし、点Aと点Pを結ぶ。

点Oから点(1, 0)までの距離、および点Oから点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cmとして、次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 図1において、点Pの x 座標が $\frac{3}{2}$ である場合を考える。

2点A, Pを通る直線について、 x の変域 $-3 \leq x \leq \frac{3}{2}$ に対する y の変域が $\frac{3}{2} \leq y \leq \frac{9}{4}$ で

あるとき、 a の値を求めよ。

〔問2〕 右の図2は、図1において、 $a=\frac{2}{3}$ 、

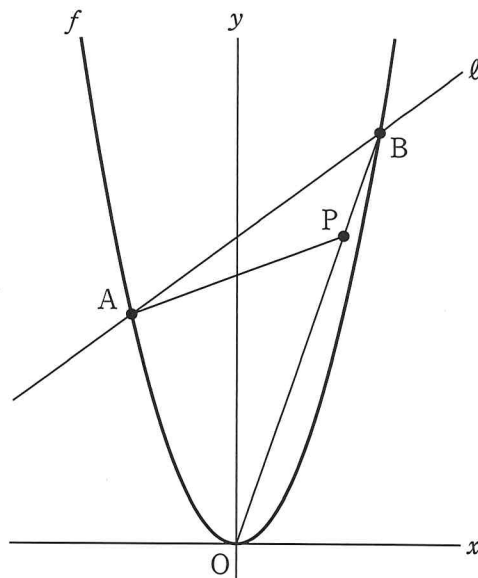
2点A, Bを通る直線を ℓ とし、点Pの x 座標が3の場合を表している。

曲線 f 上にあり、点Aと点Bに一致しない点をQとした場合を考える。

$\triangle APB$ と $\triangle AQB$ の面積が等しくなるとき、点Qのとりうる x 座標の値の全ての和を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

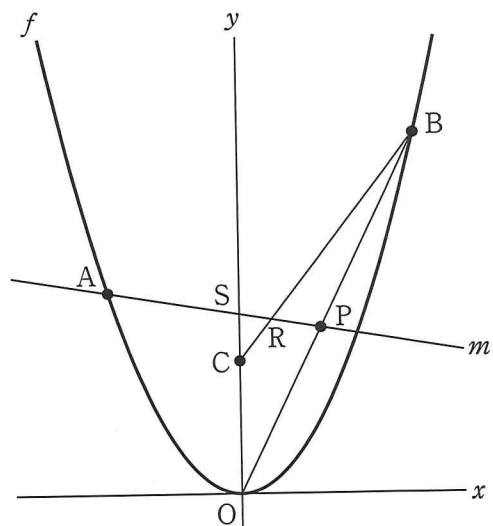
図2



〔問3〕 右の図3は、図1において、2点A, Pを通る一次関数 $y = bx + 4$ ($b < 0$) のグラフを表す直線を m , y 軸上にあり、 y 座標が3である点をC, 点Bと点Cを結んだ線分BCと直線 m との交点をR, 直線 m と y 軸との交点をSとした場合を表している。

$\triangle CRS$ の面積が $\frac{6}{17} \text{ cm}^2$ のとき、 b の値を求めよ。

図3



3 右の図1で、点Oは線分ABを直径とする半円の中心である。

点Cは $\widehat{AB}$ 上にある点で、点A、点Bのいずれにも一致しない。

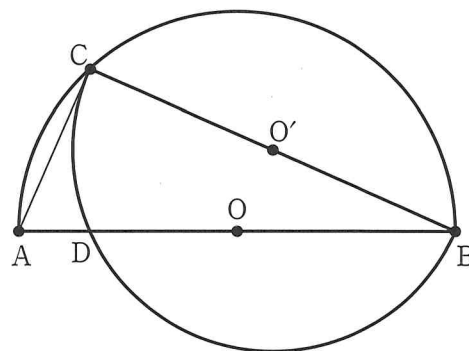
点O'は、点Bと点Cを結んだ線分BCを直径とする半円の中心で、半円O'の $\widehat{BC}$ は線分BCに対して、点Oと同じ側にある。

半円O'における $\widehat{BC}$ と線分ABとの交点をDとする。

点Aと点Cを結ぶ。ただし、 $AC < BC$ とする。

次の各問に答えよ。

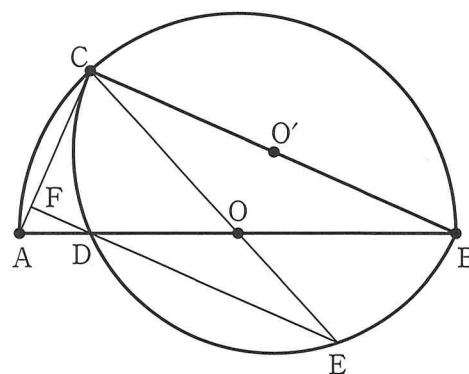
図1



〔問1〕 図1において、 $AC=6\text{ cm}$ 、 $BC=8\text{ cm}$ のとき、線分ADの長さは何cmか。

〔問2〕 右の図2は、図1において、点Oと点Cを結んだ線分OCをOの方向に延ばした直線と半円O'における $\widehat{BD}$ との交点をE、点Dと点Eを結んだ線分DEをDの方向に延ばした直線と線分ACとの交点をFとした場合を表している。
 $\triangle ADF \sim \triangle CEF$ であることを証明せよ。

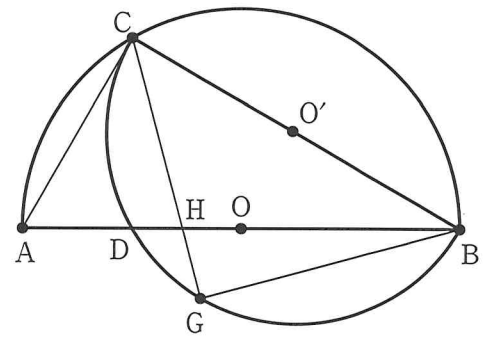
図2



〔問 3〕 右の図 3 は、図 1 において、半円 O' における $\widehat{BD}$ 上にある点を G とし、点 B と点 G 、点 C と点 G をそれぞれ結び、線分 AB と線分 CG との交点を H とした場合を表している。

$AB=4\text{ cm}$, $\angle BAC=60^\circ$, $\angle BCG=45^\circ$ のとき、 $\triangle BCH$ の面積は何 cm^2 か。

図 3



4

中学生の K さんは、授業で学習した「自然数 a を 8 で割った余り」について、次の【表】にまとめた。

【表】

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	……
8 で割った余り	1	2	3	4	5	6	7	0	1	2	3	4	5	……

このとき、K さんは、自然数 a を 8 で割ると余りが繰り返し現れることに気づき、次の【設定 1】を考えた。

【設定 1】

右の図 1 で、八角形 ABCDEFGH は、一辺の長さが 1 cm の正八角形であり、A から H までの 8 個の頂点に、0 から 7 までの 8 個の数字をそれぞれ付ける。

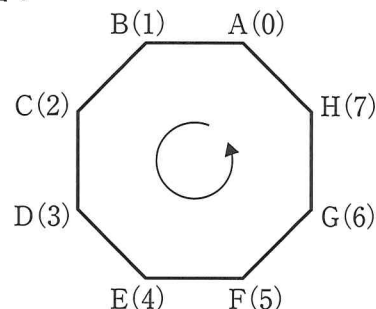
2 点 P, Q は、次のア, イに従って動く。

m, n は自然数とする。

ア 点 P は、頂点 A から出発し、八角形 ABCDEFGH の周上を毎秒 5 cm の速さで反時計回り（矢印の方向）に m 秒間動く。

イ 点 Q は、八角形 ABCDEFGH のいずれかの頂点から出発し、周上を毎秒 3 cm の速さで反時計回り（矢印の方向）に n 秒間動く。

図 1



次の会話は【設定 1】について話している K さんと友人の Y さんの会話である。

K さん：点 P が 10 秒間動くとき、どのように動くと思う？

Y さん：点 P は毎秒 5 cm の速さで動くから、頂点 A を出発して 1 秒ごとに
F → C → H → E → B → G → D → A → F → C のように移動するね。

K さん：点 P が 1 秒ごとに移動する頂点は、【表】と関係があるんだよ。

Y さん：例えば、点 P が 12 秒間動くとき、どの頂点に停止するのかな。

K さん：点 P は、12 秒間で 60 cm 進み、1 周 8 cm だから、60 を 8 で割ると余りが 4 で、
頂点 E で停止することが分かるね。

Y さん：せっかくだから、【設定 1】を用いて問題を解いてみよう。

次の各問に答えよ。

〔問 1〕 【設定 1】で、2 点 P, Q が、頂点 A から同時に出発し、停止せずに動く場合を考える。

2 点 P, Q が出発したあと、同じ頂点に初めて同時に重なるのは何秒後か。

〔問2〕 【設定1】で、点Pが先に動き出し、点Pが停止した頂点から、ただちに点Qが出発する場合を考える。

2点P, Qは合わせて117秒間動き、点Pが頂点Aを出発してから点Qが停止するまでに、2点P, Qの動いた総距離が、八角形ABCDEFGH 50周以上の長さだった。

点Pの動く時間が最も短いとき、点Qが停止する頂点はAからHのうちのどれか求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

次に、Kさんは、自然数 a を8以外の自然数で割った余りについても、【表】と同じように自然数 a の余りが繰り返し現れることに気付いた。

そこで、次の【設定2】を考えた。

【設定2】

右の図2は、図1において、八角形ABCDEFGHの外側にある点をOとし、点Oと頂点A、点Oと頂点Bをそれぞれ結び、 $OA=OB=x$ (cm) となる場合を表している。

ただし、 x は $1 \leq x \leq 55$ を満たす自然数である。

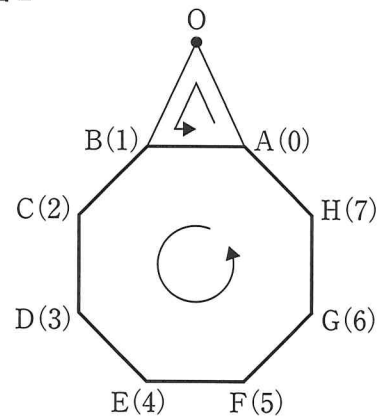
2点P, Qは、頂点Aから同時に出発し、次のウ, エに従って動く。

m, n は自然数とする。

ウ 点Pは、八角形ABCDEFGHの周上を毎秒5 cmの速さで反時計回り（矢印の方向）に m 秒間動く。

エ 点Qは、周の長さが $2x+1$ (cm) の $\triangle AOB$ の周上を毎秒3 cmの速さで反時計回り（矢印の方向）に n 秒間動く。

図2



〔問3〕 【設定2】で、2点P, Qは、頂点Aから同時に出発し、560秒後に頂点Aで同時に重なり、この560秒間で1回以上頂点Aで同時に重なることが分かっている。

このとき、 x の値は何通りあるか。

