数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7ページにわたって印刷してあります。
また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

6ー西 数学

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\dfrac{27}{\sqrt{3}} \div \left(-\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)^3 + 9\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{9}\right)^2$ を計算せよ。

〔問 2〕 2 次方程式 $2\pi x(x+1) = (\pi x - \pi)(6x+2)$ を解け。
ただし，π は円周率である。

〔問 3〕 1 から 6 までの目の出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。
大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，$\dfrac{b}{2a}$ が整数となる確率を求めよ。
ただし，大小 2 つのさいころはともに，1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 4〕 右の**図 1** は，40 人が受けた数学と英語それぞれのテストの得点を箱ひげ図に表したものである。**図 1** から読み取れることとして正しく説明しているものを，次の**ア**～**エ**のうちから **2 つ**選び，記号で答えよ。

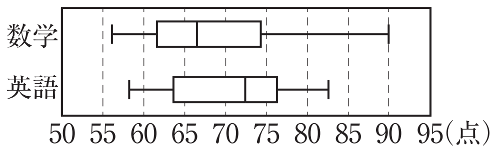
ア 85 点以上の生徒は，数学にはいるが，英語にはいない。

イ 70 点以上の生徒は，数学，英語ともに 20 人よりも多い。

ウ 80 点以上 85 点以下の生徒は，数学，英語ともに必ずいる。

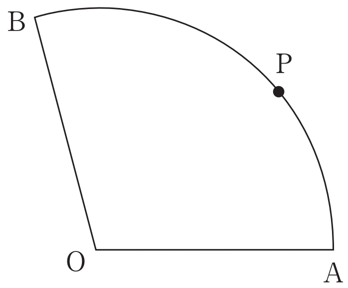
エ 数学の得点の高い方から 20 番目の生徒の数学の得点は，英語の得点が低い方から 10 番目の生徒の英語の得点より高い。

図 1



〔問 5〕 右の**図 2** で，点 P は，線分 OA を半径とするおうぎ形 OAB の $\overset{\frown}{AB}$ 上にある点である。
点 P におけるおうぎ形 OAB の接線を ℓ とした場合を考える。
解答欄に示した図をもとにして，点 P で直線 ℓ に接し，線分 OA にも接する円を，定規とコンパスを用いて作図によって求めよ。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 2



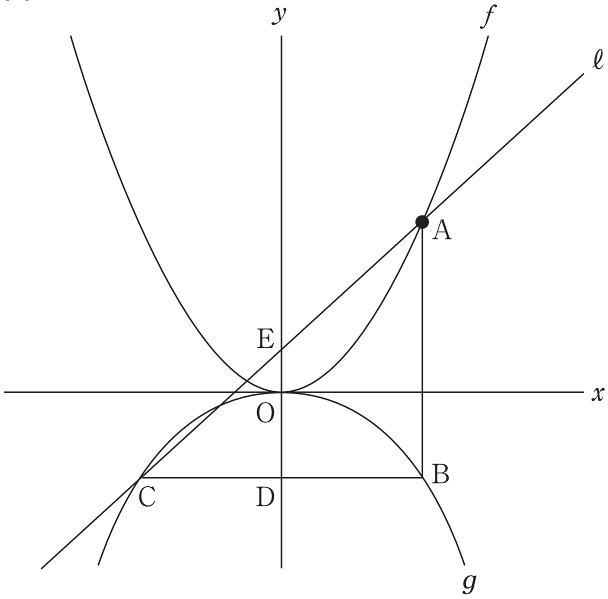
2 　右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ，曲線 g は関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。

曲線 f 上にあり x 座標が t（$t>0$）である点を A，点 A を通り y 軸に平行な直線を引き，曲線 g との交点を B，点 B を通り x 軸に平行な直線を引き，曲線 g との交点を C とする。

線分 BC と y 軸との交点を D，2 点 A，C を通る直線を ℓ，直線 ℓ と y 軸との交点を E とする。

点 O から点（1，0）までの距離および点 O から点（0，1）までの距離をそれぞれ 1 cm として，次の各問に答えよ。

図 1



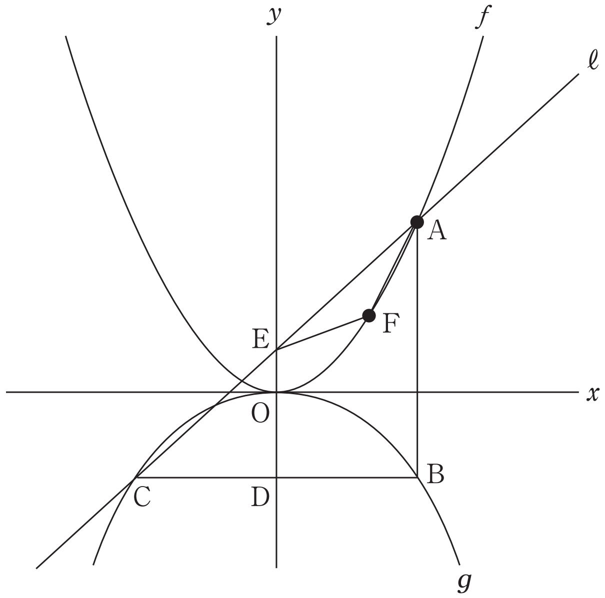
〔問 1〕　AB = 3 cm のとき，直線 ℓ の式を求めよ。

〔問2〕　右の**図2**は，**図1**において，直線ℓの傾きが1のとき，曲線f上にありx座標が2である点をFとし，点Aと点F，点Eと点Fをそれぞれ結んだ場合を表している。

△AEFの面積は何cm^2か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

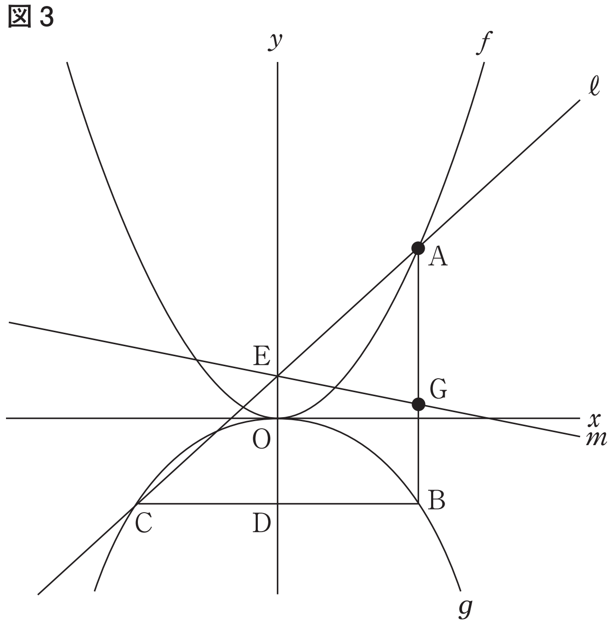
図2



〔問3〕　右の**図3**は，**図1**において，線分AB上にあり，点Aと一致しない点をG，2点E，Gを通る直線をmとした場合を表している。

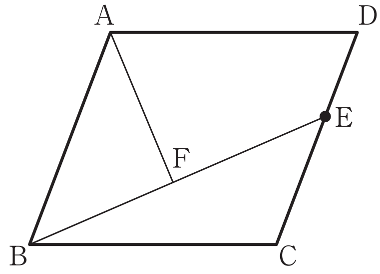
直線mが四角形AEDBの面積を2等分するとき，AG：GBを最も簡単な整数の比で表せ。

図3



3 右の**図１**で，四角形 ABCD は平行四辺形である。
辺 CD 上にある点を E とし，頂点 B と点 E を結ぶ。頂点 A から線分 BE に垂直な直線を引き，線分 BE との交点を F とする。
次の各問に答えよ。

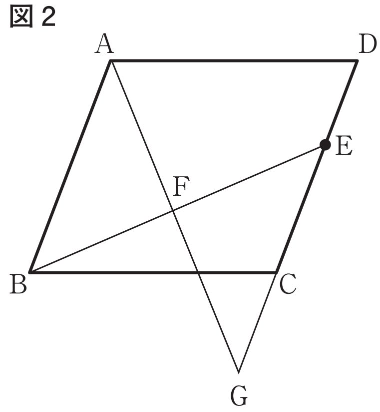
図１



〔問１〕 右の**図２**は，**図１**において，線分 AF を F の方向に延ばした直線と，辺 CD を C の方向に延ばした直線との交点を G とした場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

(1) CE：ED ＝ 3：2，CD ＝ CG のとき，BF：FE を最も簡単な整数の比で表せ。

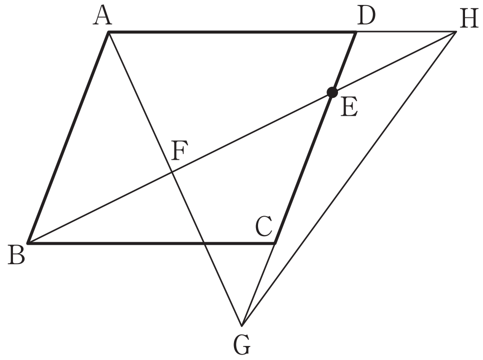
図２



(2)　右の**図３**は，**図２**において，線分 BE を E の方向に延ばした直線と，辺 AD を D の方向に延ばした直線との交点を H とし，点 G と点 H を結んだ場合を表している。

BF ＝ FE のとき，△HAF ≡△HGF であることを証明せよ。

図３

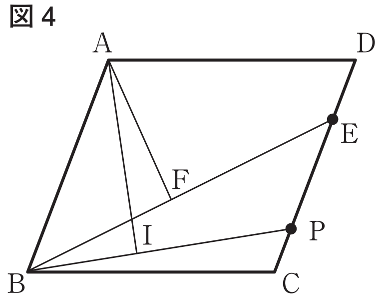


〔問２〕　右の**図４**は，**図１**において，線分 CE 上にある点を P とし，頂点 B と点 P を結び，頂点 A から線分 BP に垂直な直線を引き，線分 BP との交点を I とした場合を表している。

AB ＝ 4 cm，∠EBC ＝ 20°，点 P が線分 CE 上を頂点 C から点 E まで動き，点 E で止まるとき，点 I が動いてできる曲線の長さは何 cm か。

ただし，円周率は π とする。

図４



4 高校生のＮさんは，夏休みに母校の中学校で数学の学習補助のボランティア活動に参加した。

Ｎさんは，そこで中学生の太郎さんがノートに次のような計算をしているのを見付けた。Ｎさんは間違っているところに×を書いた。

太郎さんのノート

ア $\sqrt{9+\frac{2}{5}}=\sqrt{3^2+\frac{2}{5}}$		1行目
$=3\sqrt{\frac{2}{5}}$	×	2行目
イ $\sqrt{4+\frac{4}{3}}=\sqrt{2^2+\frac{4}{3}}$		3行目
$=2\sqrt{\frac{4}{3}}$		4行目

太郎さんは，$\sqrt{a^2+b}$ が $a\sqrt{b}$ になると勘違いしており，そのため**ア**の計算には間違ったところがある。Ｎさんは，太郎さんが同様の勘違いで**イ**の計算を行ったと考え，太郎さんのノートの４行目のところで×を付けようと思ったが，正しく計算した答えと同じになるため×を付けることができなかった。Ｎさんは，a が正の整数，b が正の数のとき，太郎さんのノートの３行目から４行目の計算のように $\sqrt{a^2+b}=a\sqrt{b}$ となる例が他にもないか調べてみたところ，Ｎさんは，$a=10$ のとき，$b=$ $\boxed{（あ）}$ となるのを見付けた。

〔問１〕 $\boxed{（あ）}$ に当てはまる値を求めよ。

次に，Ｎさんは中学生の花子さんがノートに次のような式の展開をしているのを見付けた。Ｎさんは，間違っているところに×を書いた。

花子さんのノート

ウ $(x+5)^2-(x+4)(x+2)=(x^2+5^2)-(x^2+4\times2)$	×	1行目
$=25-8$		2行目
$=17$		3行目
エ $(x+7)^2-(x+10)(x+4)=(x^2+7^2)-(x^2+10\times4)$		4行目
$=49-40$		5行目
$=9$		6行目

花子さんは，x, y がどんな値でも，$(x+y)^2$ が x^2+y^2 に，$(x+c)(x+d)$ が x^2+cd になると勘違いしており，そのため**ウ**の式の展開には間違ったところがある。N さんは，花子さんが同様の勘違いで**エ**の式の展開を行ったと考え，花子さんのノートの 4 行目のところで×を付けようと思ったが，×を付けることができなかった。N さんは，花子さんの勘違いによる式の展開と，正しく式の展開をしたときの結果が同じになるときは，どんな場合か興味をもった。

e, f, g を自然数として $f>g$，$x \fallingdotseq 0$ とすると，N さんは，$(x+e)^2-(x+f)(x+g)$ を花子さんの勘違いによる方法で展開したときと，正しく展開したときの結果が同じになるときは，$(x+e)^2-(x+f)(x+g)=A$ としたとき，$\sqrt{A}$ が必ず自然数になることに気が付いた。

〔問 2〕 上記の下線部が正しい理由を，文字 x, e, f, g, A を用いて説明せよ。
ただし，説明の過程が分かるように，途中の式や考え方なども書け。
なお，2 つの数 X, Y について，**【表】**で示される関係が成り立ち，**オ**～**ケ**には偶数か奇数のどちらかが入る。説明するときに**【表】**の**オ**～**ケ**に偶数か奇数を正しく当てはめた結果については，証明せずに用いてよい。

【表】

	X, Yともに偶数	X, Yともに奇数	X, Yどちらかが偶数でもう一方が奇数
$X+Y$	偶数	**オ**	**カ**
$X-Y$	**キ**	**ク**	**ケ**

N さんは，誤った計算方法でも正しい答えが出てくる場合について，他にどのような例があるか調べたところ，h を 1 以上 9 以下の整数，i, j をそれぞれ 0 以上 9 以下の整数としたとき，$(h+i+j)^3=100h+10i+j$ となる場合があることが分かった。

そこで N さんは，k を 1 以上 9 以下の整数，ℓ, m, n をそれぞれ 0 以上 9 以下の整数として，$(k+\ell+m+n)^4$ の値が k, ℓ, m, n を左から順に並べた 4 桁の数と等しくなる場合があるか考え，そのような k, ℓ, m, n の組を見付けることができた。

〔問 3〕 N さんが見付けた k, ℓ, m, n について，$\sqrt{1000k+100\ell+10m+n}$ の値を求めよ。

6

西

数

学