

# 数 学

## 注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7 ページにわたって印刷してあります。  
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 10 分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 答えは全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 答えを直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書きなさい。
- 8 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、その数字の ○ の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕  $\sqrt{\frac{25}{8}} - (3 - \sqrt{5}) \div \frac{(\sqrt{5} - 1)^2}{\sqrt{2}}$  を計算せよ。

〔問2〕 2次方程式  $\frac{1}{2}(2x-3)^2 + \frac{1}{3}(3-2x) = \frac{1}{6}$  を解け。

〔問3〕 1から6までの目の出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。

大きいさいころの出た目の数を  $a$ 、小さいさいころの出た目の数を  $b$  とするとき、 $a\sqrt{b} < 4$  となる確率を求めよ。

ただし、大小2つのさいころはともに、1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

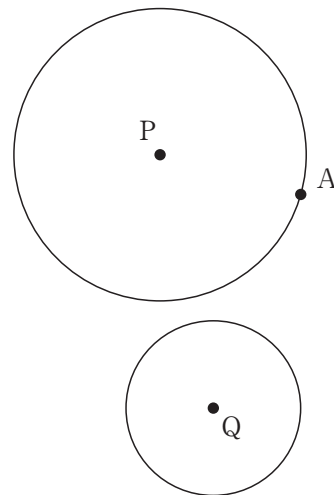
〔問4〕 右の表は、ある中学校の生徒40人が行ったゲームの得点をまとめたものである。得点の中央値が12.5点であるとき、 $x$ 、 $y$ の値を求めよ。

得点(点)	0	5	10	15	20	計
人数(人)	2	$x$	3	$y$	11	40

〔問5〕 右の図のように、円Pと円Qは互いに交点をもたず、円Pの周上に点Aがある。

解答欄に示した図をもとにして、点Aにおいて円Pに接し、かつ円Qにも接するような円の中心のうち、円Pおよび円Qの外部にある円の中心Oを、定規とコンパスを用いて作図によって求め、中心Oの位置を示す文字Oも書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



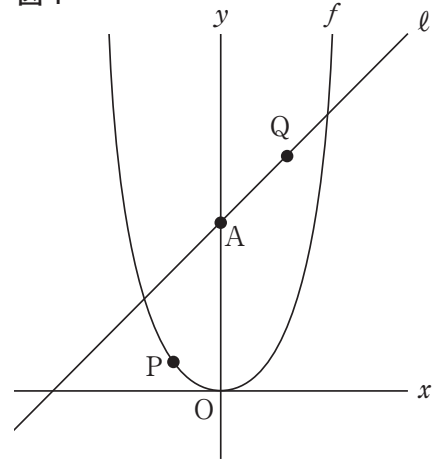
2 右の図1で、点Oは原点、点Aの座標は(0, 3)であり、直線 $l$ は一次関数 $y = x + 3$ のグラフ、曲線 $f$ は関数 $y = 2x^2$ のグラフを表している。

曲線 $f$ 上の点Pは、点Oを出発し、 $x$ 軸の負の方向に動き、直線 $l$ 上の点Qは、点Aを出発し、 $x$ 軸の正の方向に動くものとする。

点Pと点Qは同時に出発し、出発してから $t$ 秒後の $x$ 座標は、それぞれ $-\frac{t}{2}$ 、 $t$ である。

点Oから点(1, 0)までの距離、および点Oから点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cmとして、次の各問に答えよ。

図1



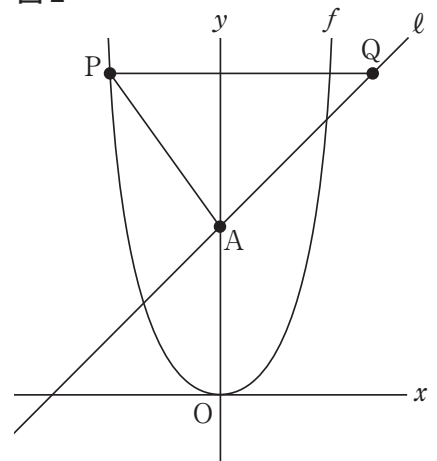
〔問1〕 点Pが点Oを出発してから1秒後の2点P, Qの間の距離は何 cm か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、点Aと点P, 点Pと点Qをそれぞれ結び、線分PQが $x$ 軸に平行な場合を表している。

$\triangle APQ$ の面積は何  $\text{cm}^2$  か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

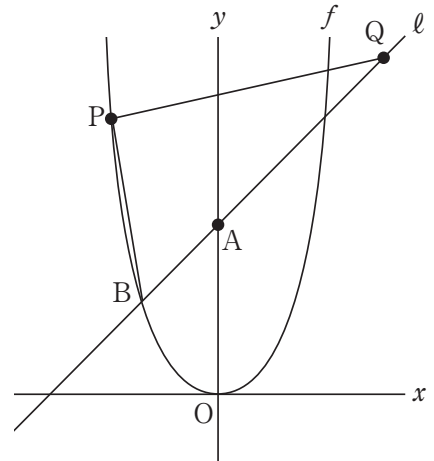
図2



[問3] 右の図3は、図1において、曲線 $f$ と直線 $l$ との2つの交点のうち、 $x$ 座標が負の数である点を $B$ とし、点 $P$ が点 $O$ を出発してから3秒後、点 $P$ と点 $Q$ 、点 $P$ と点 $B$ をそれぞれ線分で結んだ場合を表している。

このとき、 $\triangle PBQ$ を直線 $l$ の周りに1回転してできる立体の体積は何 $\text{cm}^3$ か。

図3

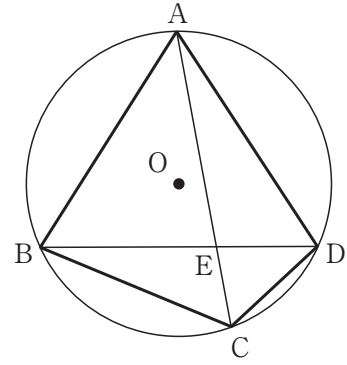


3 右の図1で、四角形 ABCD は、円 O の周上にすべての頂点がある四角形である。

頂点 A と頂点 C、頂点 B と頂点 D をそれぞれ結び、線分 AC と線分 BD との交点を E とする。

次の各問に答えよ。

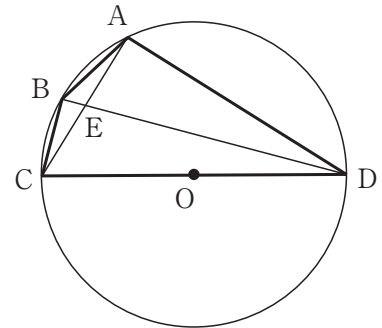
図1



〔問1〕 右の図2は、図1において、辺 CD が円 O の直径に一致し、点 E が線分 AC の中点となる場合を表している。

CD=10 cm, AD=8 cm のとき、線分 DE の長さは何 cm か。

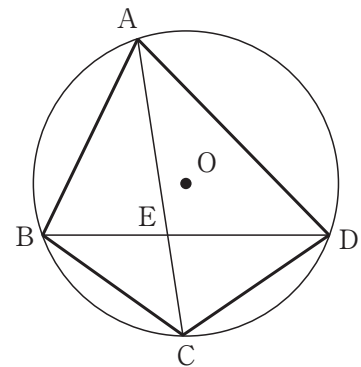
図2



〔問2〕 右の図3は、図1において、 $\angle BAC = \angle CAD$  の場合を表している。

AB=6 cm, AD=8 cm,  $\angle BAC = 30^\circ$  のとき、 $\triangle BCD$  の面積は何  $\text{cm}^2$  か。

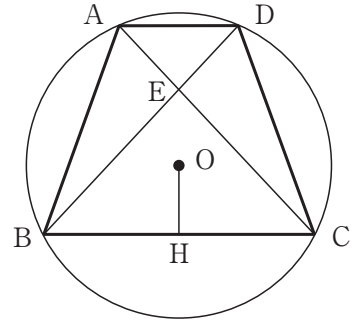
図3



[問3] 右の図4は、図1において、点Oが四角形ABCDの内部にあり、 $AC \perp BD$ となるとき、点Oから辺BCに垂線を引き、辺BCとの交点をHとした場合を表している。

このとき、 $AE \times CH = OH \times BE$ であることを証明せよ。

図4



4  $n$  を 1 より大きい整数とし, 1 から  $n$  までの整数を 1 つずつ書いた  $n$  枚のカードがある。これら  $n$  枚のカードをよく混ぜて, 左から順に横一列に並べてできる  $n$  桁の数を  $A$  とする。

この  $A$  について, 以下の【操作】を行う。

次の図 1 から図 3 は,  $n=4$  で  $A$  が 3421 の場合について, それぞれの【操作】1 から 3 を表している。

【操作】

- 1 一番左のカードに書かれた数を確認し, その数を  $m$  とする。
- 2 左から  $m$  枚のカードを順番に取り出す。
- 3 取り出したカードの順番を逆にして左から順に戻す。

図 1

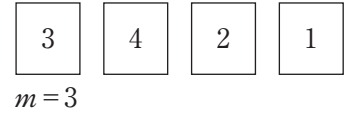


図 2

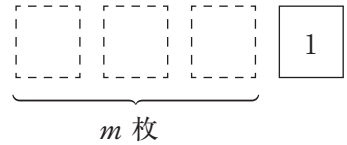


図 3



今,  $A$  に【操作】を繰り返し行い, 一番左に書かれた数が 1 になったところで【操作】を終了する。また【操作】が終わるまでの回数を  $N(A)$  とする。ただし,  $A$  の一番左の数が 1 であるときは【操作】を行わず,  $N(A)=0$  とする。

例えば,  $n=4$  として,  $A$  が 3421 の場合, 【操作】を繰り返し行くと  $3421 \rightarrow 2431 \rightarrow 4231 \rightarrow 1324$  となり,  $N(3421)=3$  である。

次の各問に答えよ。

[問 1]  $N(31452)$  の値を求めよ。

[問2]  $n=4$ とする。 $a, b, c, d$ は互いに異なる整数で1, 2, 3, 4のいずれかとする。

以下の等式①, ②, ③が同時に成り立つとき,  $a, b, c, d$ の値を求めよ。

ただし, 答えだけでなく, 答えを求める過程が分かるように, 途中の式や考え方なども書け。

$$\textcircled{1} \quad N(abcd) + N(bcda) = N(abcd)$$

$$\textcircled{2} \quad N(abcd) \times N(cadb) = N(abcd)$$

$$\textcircled{3} \quad N(abcd) = 4$$

[問3]  $n=5$ で  $N(A) \geq 1$ とする。

Aに行った【操作】が終了したときの数を調べたところ, 12345や14235などは存在した。しかしどんなAで【操作】を行っても, 【操作】が終了したときの数で, 例えば, 13254は存在しなかった。全てのAについて【操作】が終了したときに存在しなかった数を調べたところ, 13254も含めて全部で9個の数があることが分かった。

これら9個の数の中で3番目に大きい数を求めよ。



5  
西

娄

宇