

正答表

数 学

1		点
[問1]	$2\sqrt{5}$	5
[問2]	$\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}$	5
[問3]	$\frac{7}{18}$	5
[問4]	イ, エ	5
[問5]		5

2		点
[問1]	$a = \frac{1}{4}$	7
[問2]	【途中の式や計算など】	10
[問3]	$b = -\frac{1}{6}$	8

$y = \frac{2}{3}x^2$ より、 $A(-3, 6)$ 、 $B(4, \frac{32}{3})$ となる。
 よって、2点 O 、 B を通る直線の式は $y = \frac{8}{3}x$ となり、
 点 P の x 座標は 3 であるから、点 P の座標は $(3, 8)$
 また、直線 l は、傾きは $\frac{2}{3}$ で、 $A(-3, 6)$ を通るから、
 直線 l の式は $y = \frac{2}{3}x + 8$
 よって、直線 l と y 軸との交点の座標は $(0, 8)$
 また、点 $P(3, 8)$ を通り、傾き $\frac{2}{3}$ となる直線の式は $y = \frac{2}{3}x + 6$
 点 Q は曲線 f 上の点であるから、 $Q(t, \frac{2}{3}t^2)$ とおくことができる。
 また、直線 $y = \frac{2}{3}x + 6$ 上の点でもあるから、 $Q(t, \frac{2}{3}t + 6)$
 したがって、 $\frac{2}{3}t^2 = \frac{2}{3}t + 6$ を解くと $t = \frac{1 \pm \sqrt{37}}{2}$
 直線 l と y 軸との交点の座標は $(0, 8)$ であるから、
 同様に、点 $(0, 10)$ を通り、傾き $\frac{2}{3}$ となる直線の式は $y = \frac{2}{3}x + 10$
 点 Q は曲線 f 上の点であるから、 $Q(u, \frac{2}{3}u^2)$ とおくことができる。
 また、直線 $y = \frac{2}{3}x + 10$ 上の点でもあるから、 $Q(u, \frac{2}{3}u + 10)$
 したがって、 $\frac{2}{3}u^2 = \frac{2}{3}u + 10$ を解くと $u = \frac{1 \pm \sqrt{61}}{2}$
 以上より、求める x 座標の全ての和は
 $\frac{1 + \sqrt{37}}{2} + \frac{1 - \sqrt{37}}{2} + \frac{1 + \sqrt{61}}{2} + \frac{1 - \sqrt{61}}{2} = 2$

(答え) 2

3		点
[問1]	$\frac{18}{5}$ cm	7
[問2]	【証明】	10
[問3]	$(3\sqrt{3} - 3)$ cm ²	8

$\triangle ADF$ と $\triangle CEF$ において、
 $OA = OC$ より、 $\triangle OAC$ は二等辺三角形だから
 底角は等しくなり、 $\angle OAC = \angle OCA$
 すなわち、 $\angle DAF = \angle ECF$... ①
 \widehat{CD} に対する円周角は等しいから、
 $\angle DEC = \angle DBC$... ②
 また、 $OB = OC$ より $\triangle OBC$ は二等辺三角形だから
 底角は等しくなり、 $\angle OBC = \angle OCB$... ③
 ②、③より、
 $\angle DEC = \angle DBC = \angle OBC$
 $= \angle OCB = \angle ECB$
 $BC \parallel EF$
 平行線の同位角は等しいから、
 $\angle ADF = \angle DBC$... ④
 ②、④より、
 $\angle ADF = \angle DBC$
 $= \angle DEC = \angle CEF$... ⑤
 ①、⑤より、2組の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ADF \sim \triangle CEF$

4		点
[問1]	4 秒後	7
[問2]	【途中の式や計算など】	10
[問3]	7 通り	8

初めに、点 P が m 秒間動いて停止し、
 次に点 P が停止した頂点から点 Q が出発し、
 n 秒間動いて停止したとする。
 ただし、 m, n は自然数である。
 点 P 、点 Q が合わせて 117 秒間動くので
 $m + n = 117$... ①
 点 P 、点 Q が動いた合計の長さは、 $5m + 3n$ であるから、
 ①を代入して
 $5m + 3(117 - m) = 351 + 2m$ となる。
 ここで、 $L = 351 + 2m$ とおくと、
 正八角形を 50 周以上してから停止するから、
 $L \geq 50 \times 8$... ② が成り立つ。
 m は自然数であることと、②より、 $m \geq 25$
 よって、 m が最も小さいのは $m = 25$
 したがって、点 P は 25 秒間、点 Q は 92 秒間動く。
 よって、 $25 \times 5 + 92 \times 3 = 401$ 、 $401 = 8 \times 50 + 1$
 余りが 1 より、頂点 B に停止する。

(答え) 頂点 B