

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むはいけません。
- 4 答えは全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って
明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない
形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは、解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 答えを直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、
新しい答えを書きなさい。
- 8 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、
その数字の ○ の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\frac{3}{\sqrt{21}}(7+\sqrt{7})-\left(1+\frac{3}{2\sqrt{3}}\right)^2$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式
$$\begin{cases} \frac{3}{2}x - \frac{2}{3}y = 20 \\ -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}y = 20 \end{cases}$$
 を解け。

〔問 3〕 a, b を 1 以上 6 以下の自然数とする。

4 個の数 $a, b, 2, 6$ において、中央値と平均値が一致する a, b の組合せは全部で何通りあるか。

〔問 4〕 1 個のさいころを 2 回投げるとき、1 回目に出た目の数を a , 2 回目に出た目の数を b とする。

自然数 N について、 a, b がともに偶数またはともに奇数のとき $N = a + b$, それ以外のとき $N = ab$ とする。

N が 4 の倍数となる確率を求めよ。

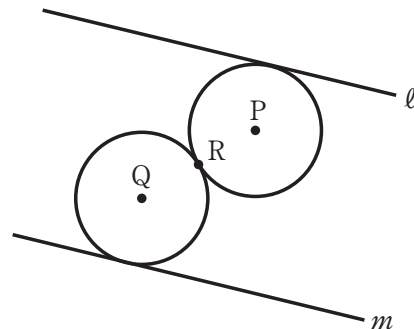
ただし、さいころの目の出方は同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図で、直線 ℓ, m は平行、直線 ℓ は円 P の接線である。

円 Q は、円 P と半径が等しく、直線 m に接し、円 P 上の点 R における円 P の接線と、点 R で接する。

解答欄に示した図をもとにして、円 Q の中心を 1 つ、定規とコンパスを用いて作図し、中心の位置を示す文字 Q も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

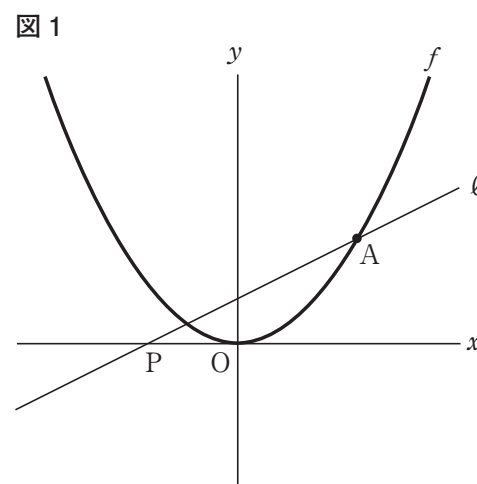


- 2 右の図1で、点Oは原点、曲線 f は関数 $y=ax^2$ ($a>0$)のグラフを表している。

曲線 f 上にあり x 座標が4である点をA、点Aを通り傾き $\frac{1}{2}$ の直線を ℓ 、直線 ℓ と x 軸との交点をPとする。

原点から点(1, 0)までの距離、および原点から点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cm とする。

次の各問に答えよ。



〔問1〕 点Pの x 座標が -3 のとき、 a の値を求めよ。

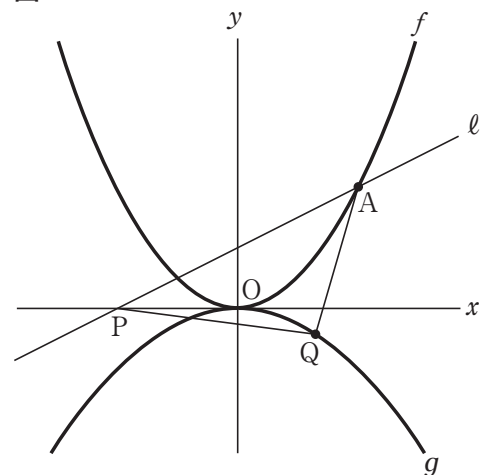
〔問2〕 $a = \frac{1}{3}$ のとき、直線 ℓ の式を求めよ。

〔問3〕 右の図2は、図1において、 $a = \frac{1}{4}$ のとき、関数 $y = -\frac{1}{8}x^2$ のグラフを表す曲線を g 、曲線 g 上にあり、 x 座標が4以下の正の数である点を Q とし、点 A と点 Q 、点 P と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

$\triangle APQ$ の面積が $\frac{129}{8} \text{ cm}^2$ のとき、点 Q の座標を求めよ。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書け。

図2

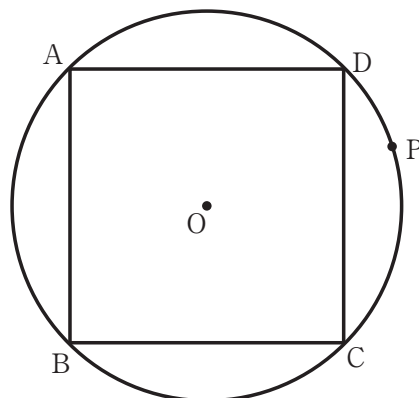


- 3 右の図1で，四角形 ABCD は，1 辺の長さが 2 cm の正方形，点 O は，四角形 ABCD の 4 つの頂点を通る円の中心である。

点 P は，頂点 A を含まない $\widehat{CD}$ 上にある点で，頂点 C，頂点 D のいずれにも一致しない。

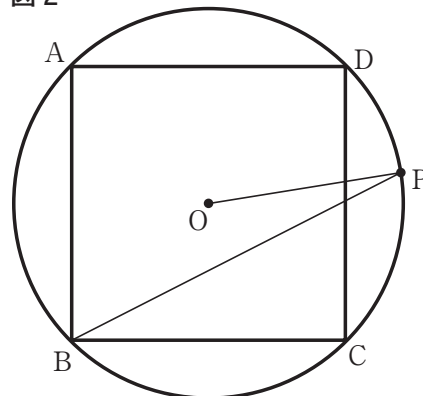
次の各問に答えよ。

図 1



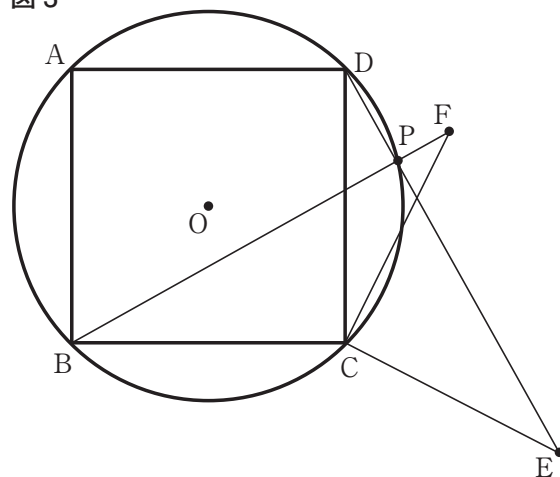
- 〔問 1〕 右の図2は，図1において，
 $\widehat{CP} : \widehat{PD} = 3 : 2$ のとき，頂点 B と点 P，
 点 O と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。
 $\angle BPO$ の大きさは何度か。

図 2



- 〔問 2〕 右の図3は，図1において，
 頂点 B と点 P，頂点 D と点 P を
 それぞれ結び，線分 DP を P の方向に
 延ばした直線上にある点を E，
 線分 BP を P の方向に延ばした
 直線上にある点を F とし，
 頂点 C と点 E，頂点 C と点 F を
 それぞれ結んだ場合を表している。
 $\angle ECF = 90^\circ$ のとき， $CE = CF$ であることを
 証明せよ。

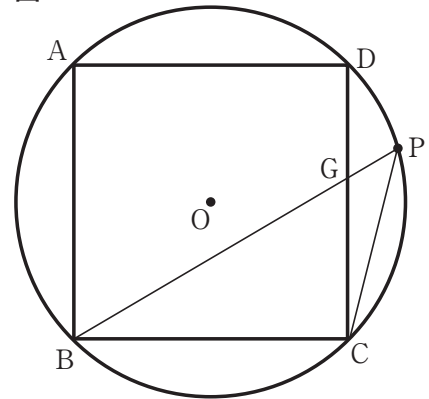
図 3



〔問 3〕 右の図 4 は、図 1 において、頂点 B と点 P を結び、
 $\angle CBP = 30^\circ$ のとき、頂点 C と点 P を結び、
 線分 BP と辺 CD の交点を G とした場合を表している。

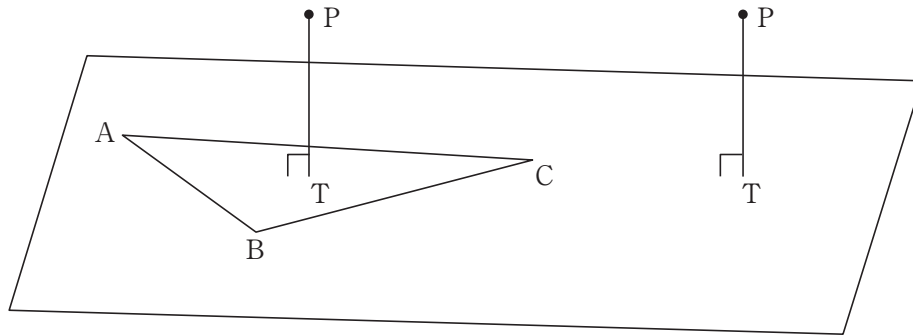
点 B を中心として $\triangle CPG$ を反時計回りに 360° 回転
 させたとき、 $\triangle CPG$ が通過してできる図形の面積は
 何 cm^2 か。

図 4



- 4 下の図1のように、空間上の $\triangle ABC$ と、 $\triangle ABC$ と同じ平面上にない点Pにおいて、点Pから $\triangle ABC$ を含む平面に垂線を引き、その垂線と平面との交点をTとし、点Tが $\triangle ABC$ の辺上または内部にあるとき、点Pは、「 $\triangle ABC$ に垂線が引ける位置にある。」とする。

図1 点Pは、 $\triangle ABC$ に垂線が引ける位置にある。 点Pは、 $\triangle ABC$ に垂線が引ける位置にない。

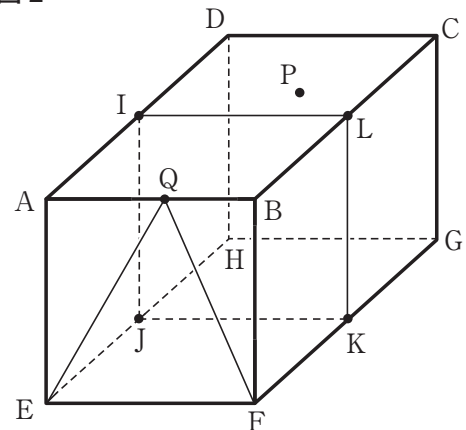


右の図2に示した立体ABCD-EFGHは、
 $AB = AE = 5$ cm, $AD = 10$ cm の直方体である。辺AD,
 辺EH, 辺FG, 辺BCの中点をそれぞれI, J, K, L,
 辺AB上にある点をQとし、頂点Eと点Q,
 頂点Fと点Q, 点Iと点J, 点Iと点L,
 点Jと点K, 点Kと点Lをそれぞれ結ぶ。

点Pは、立体CDIL-GHJKの辺上、面、内部を動く点で、
 「 $\triangle EFQ$ に垂線が引ける位置にある。」とする。

次の各問に答えよ。

図2



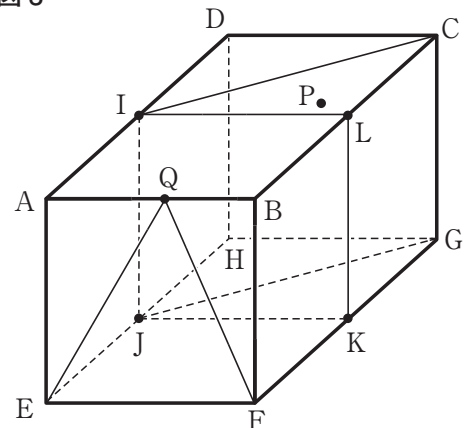
〔問1〕 $AQ = 1$ cm のとき、点Jと点Pを結んでできる線分が最も長くなる時の線分JPの長さは何cmか。

〔問2〕 右の図3は、図2において、頂点Cと点I,
 頂点Gと点Jをそれぞれ結んだ場合を表している。

$AQ = x$ cm ($0 \leq x \leq 5$) のとき、
 四角形CIJGの辺上または内部において、点Pが
 動き得る部分の面積は何 cm^2 か。

ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が
 分かるように、図や途中の式などもかけ。

図3



〔問 3〕 下の図 4 は、図 2 において、点 Q が頂点 B と一致するとき、線分 IL を L の方向に延ばした直線上にあり $BL = LS$ となる点を S とし、頂点 B と点 S、頂点 F と点 S をそれぞれ結んだ場合を表している。

点 P が「 $\triangle EFQ$ に垂線が引ける位置にある。」かつ「 $\triangle BFS$ に垂線が引ける位置にある。」のとき、点 P が動き得る部分の立体の体積は何 cm^3 か。

図 4

