数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，**7** ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は **50** 分で，終わりは**午前 11** 時 **10** 分です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に **HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは，解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の 〇 の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\left(\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)-\left(\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases}\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}y=-\dfrac{1}{3}\\ 2x+6y=1\end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 2 次方程式 $(2x-1)^2-6=5(2x-1)$ を解け。

〔問 4〕 箱の中に 1，2，3，4，5，6，7，8 の数字を 1 つずつ書いた 8 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$，$\boxed{6}$，$\boxed{7}$，$\boxed{8}$ が入っている。

箱の中から 1 枚のカードを取り出し，取り出したカードを箱に戻すという操作を 2 回繰り返す。

1 回目に取り出したカードに書かれた数を a，2 回目に取り出したカードに書かれた数を b とするとき，2 桁の自然数 $10a+b$ が 3 の倍数となる確率を求めよ。

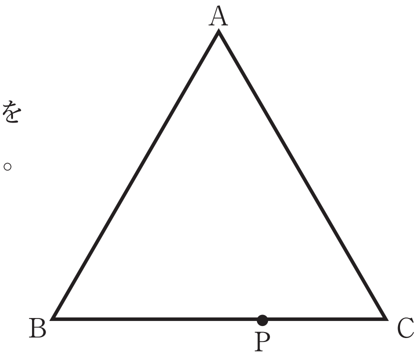
ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図において，△ABC は正三角形である。

点 P は辺 BC 上にあり， BP：PC＝$\sqrt{3}$：1 である。

解答欄に示した図をもとにして，点 P を定規とコンパスを用いて作図によって求め，点 P の位置を示す文字 P も書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

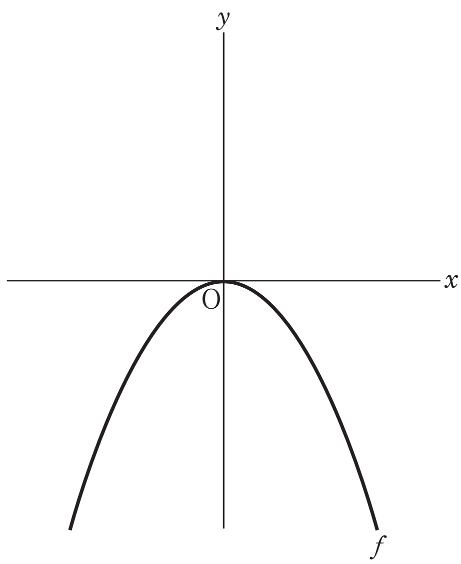


2 右の**図１**で，点Ｏは原点，曲線 f は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。

原点から点（1，0）までの距離，および原点から点（0，1）までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

次の各問に答えよ。

図１



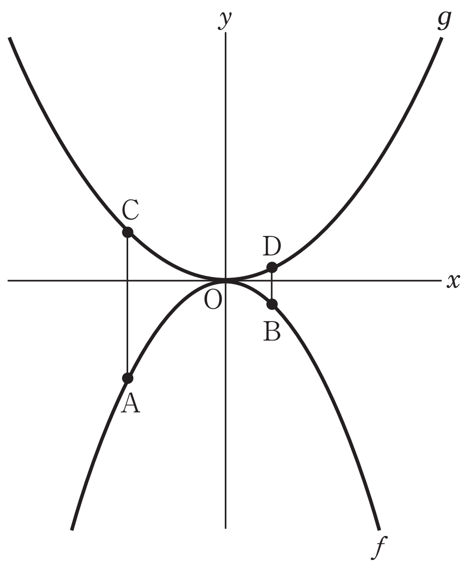
〔問１〕 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，

x の変域が $-2a \leqq x \leqq a$（$a>0$）であるとき，

y の変域を不等号と a を用いて $\boxed{} \leqq y \leqq \boxed{}$ で表せ。

〔問2〕 右の**図2**は**図1**において，曲線f上にありx座標が$-2a$，$a\ (a>0)$ である点をそれぞれA, Bとし, 曲線gは関数$y=px^2\ (p>0)$のグラフで, 曲線g上にありx座標が$-2a$，aである点をそれぞれC, Dとし，点Aと点C，点Bと点Dをそれぞれ結んだ場合を表している。

図2



(1) $a=\dfrac{1}{3}$，$p=\dfrac{1}{4}$のとき，2点A，Bを通る直線と2点C，Dを通る直線との交点をE，曲線g上にあり，x座標がtで点Cと異なる点をFとし，点Aと点F，点Eと点Fをそれぞれ結んだ場合を考える。

△AECの面積と△AEFの面積が等しくなるとき，tの値を求めよ。

ただし, 答えだけではなく, 答えを求める過程が分かるように, 途中の式や計算なども書け。

(2) 点Oと点A，点Oと点B，点Oと点C，点Oと点Dをそれぞれ結んだ場合を考える。

△OAC，△OBDの面積をそれぞれS cm^2，T cm^2とするとき，S+Tをa, pを用いて表せ。

また，a，pがともに自然数のとき，S+Tの値が自然数になるもののうち，最も小さい値を求めよ。

3 右の**図１**で，△ABC は鋭角三角形である。

辺 BC の中点を D とする。

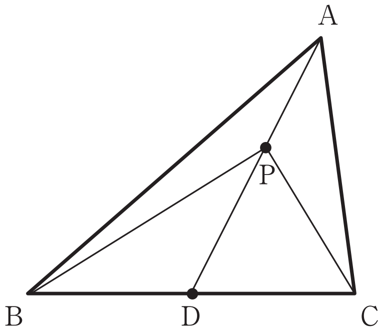
頂点 A と点 D を結ぶ。

点 P は線分 AD 上にある点で，頂点 A と点 D のいずれにも一致しない。

頂点 B と点 P，頂点 C と点 P をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

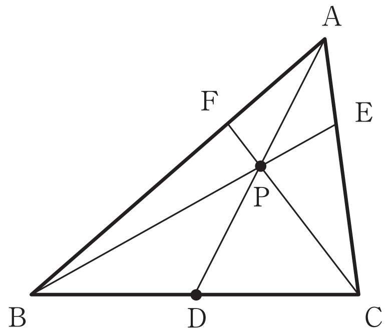
図１



〔問１〕 **図１**において，$\angle BPC = 90^\circ$，$\angle PDC = 78^\circ$ のとき，$\angle APB$ の大きさは何度か。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，
線分 BP を P の方向に延ばした直線と辺 AC との交点を E，線分 CP を P の方向に延ばした直線と辺 AB との交点を F とした場合を表している。

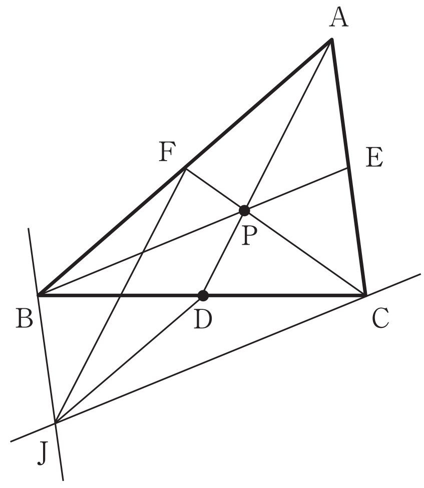
図 2



(1)　点 F を通り，線分 AD に平行な直線を引き，線分 BP，線分 BD との交点をそれぞれ H，I とした場合を考える。
　BF：FA ＝ 2：1 のとき，HI：AD を最も簡単な整数の比で表せ。

(2)　右の**図 3** は，**図 2** において，
頂点 B を通り，辺 AC に平行に引いた直線と，頂点 C を通り，辺 BE に平行に引いた直線との交点を J とし，点 D と点 J，点 F と点 J をそれぞれ結んだ場合を表している。
　点 E，点 F がそれぞれ辺 AC，辺 AB の中点であるとき，四角形 AFJD は平行四辺形であることを証明せよ。

図 3

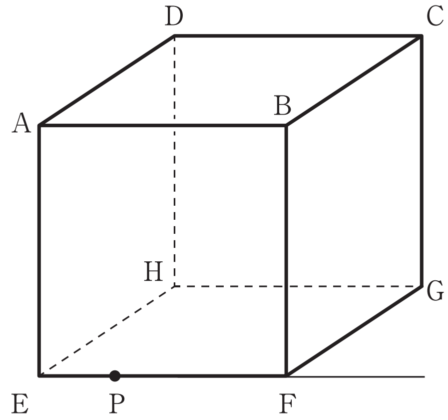


4 右の**図 1** に示した立体 ABCD－EFGH は，１辺の長さが 8 cm の立方体である。

辺 EF および線分 EF を F の方向に延ばした直線上にある点を P とする。

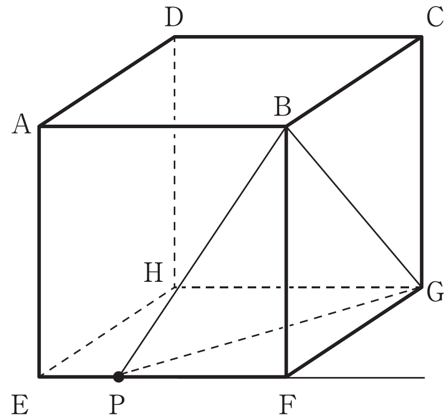
次の各問に答えよ。

図 1



〔問 1〕 右の**図 2** は，**図 1** において，点 P と頂点 B，頂点 B と頂点 G，頂点 G と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。

図 2



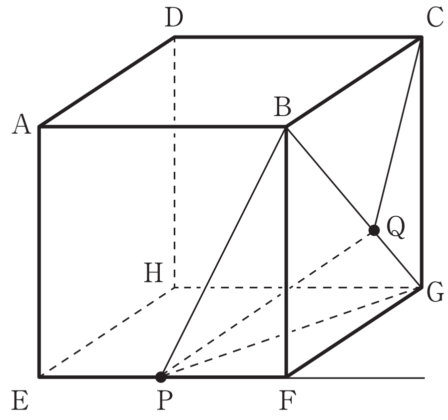
(1) 点 P が辺 EF 上にあり，立体 P－BFG の体積が立体 ABCD－EFGH の体積の $\frac{1}{10}$ 倍になるとき，EP の長さは何 cm か。

(2) 右の**図 3** は，**図 2** において，EP＝4 cm のとき，線分 BG 上にあり，頂点 B，頂点 G のいずれにも一致しない点を Q とし，点 P と点 Q，頂点 C と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

PQ＋QC の長さが最も短くなるとき，△PQG と △BQC の面積の和は何 cm^2 か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，図や途中の式などもかけ。

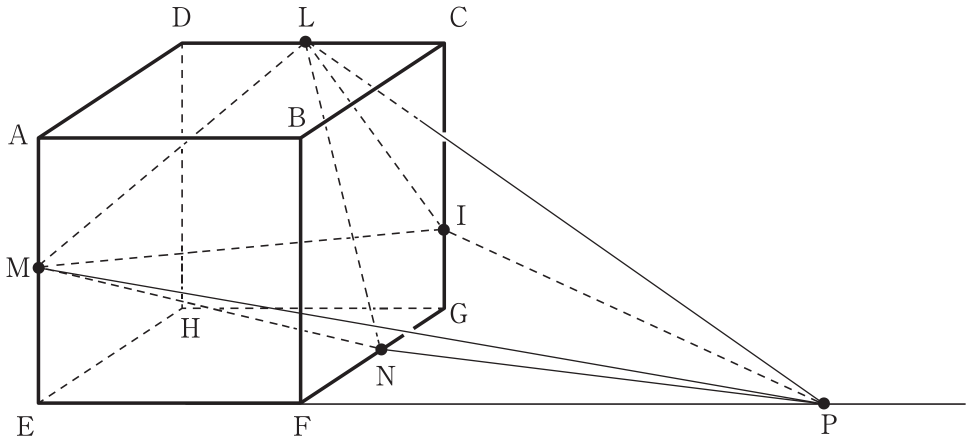
図 3



〔問 2〕　下の**図 4** は，**図 1** において，EP＝24 cm のとき，辺 CD，辺 AE，辺 FG の中点をそれぞれ L，M，N とし，辺 CG 上にあり，頂点 C，頂点 G のいずれにも一致しない点を I とし，点 M と点 N，点 N と点 P，点 P と点 M，点 L と点 M，点 L と点 N，点 L と点 P，点 I と点 M，点 I と点 L，点 I と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。

　立体 N－LMP と立体 I－LMP の体積が等しいとき，IG の長さは何 cm か。

図 4



国

数

学