数　　学

注　　意

1 問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，4ページにわたって印刷してあります。
2 検査時間は50分で，終わりは**午前**11時00分です。
3 声を出して読んではいけません。
4 解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい。**
5 答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたままで表しなさい。**
6 解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。
7 **受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{5}$ を計算せよ。

〔問2〕 二次方程式 $(4x-1)(x-2) = (x-1)^2$ を解け。

〔問3〕 円周率を π とするとき，表面積が $\frac{9}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ である球の体積は何 cm^3 か。

〔問4〕 1から6までの目が出る1つのさいころを2回投げる。

1回目に出た目の数を a，2回目に出た目の数を b とするとき，$5(a-1)+2(b+1)$ の値が素数となる確率を求めよ。

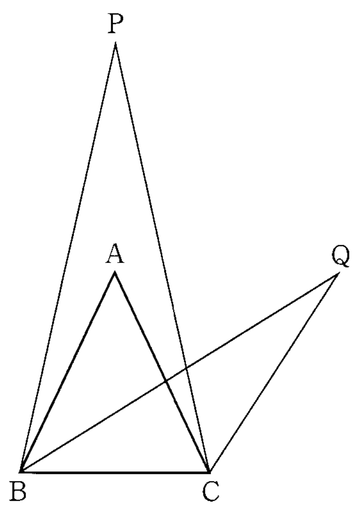
ただし，さいころは1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問5〕 連立方程式 $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 30 \\ \frac{x}{4} - \frac{3}{8}y = -11 \end{cases}$ を解け。

〔問6〕 右の図で，△ABCは，AB = ACの二等辺三角形で，△PBCは，$\angle \mathrm{BPC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{BAC}$，PB = PCの二等辺三角形，△QBCは，$\angle \mathrm{BQC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{BAC}$，$\angle \mathrm{QBC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC}$ の三角形である。

解答欄に示した図をもとにして，2点P，Qを定規とコンパスを用いて作図によって求め，2点P，Qの位置を示す文字P，Qも書け。

ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

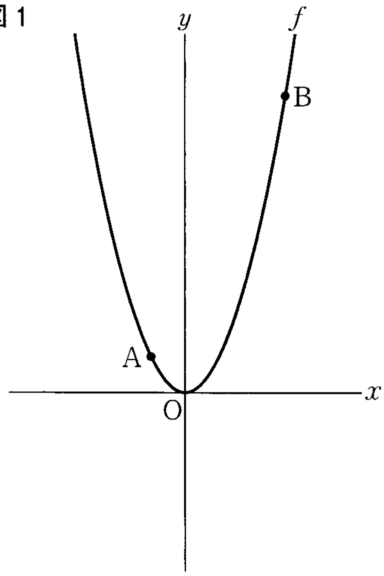


2 右の**図 1** で，点 O は原点，曲線 f は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフを表している。

点 A，B はともに曲線 f 上にあり，点 A の x 座標は -3，点 B の x 座標は 9 である。

次の各問に答えよ。

図 1



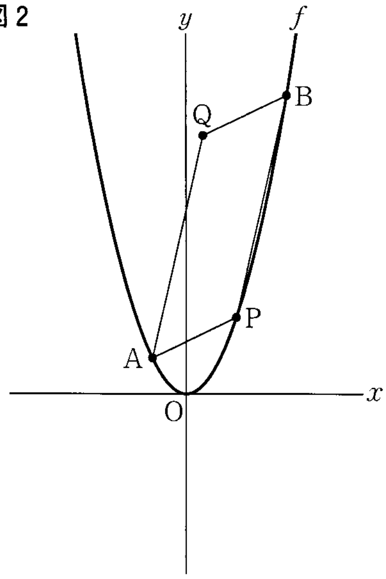
〔問 1〕 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ において，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 9$ であるときの y の変域を求めよ。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，曲線 f 上にあり，x 座標が -3 より大きく 9 より小さい数である点を P とし，点 A と点 P，点 B と点 P をそれぞれ結び，点 A を通り線分 BP に平行な直線と点 B を通り線分 AP に平行な直線との交点を Q とし，点 A と点 Q，点 B と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

点 Q の y 座標が 18 のとき，点 P の座標を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

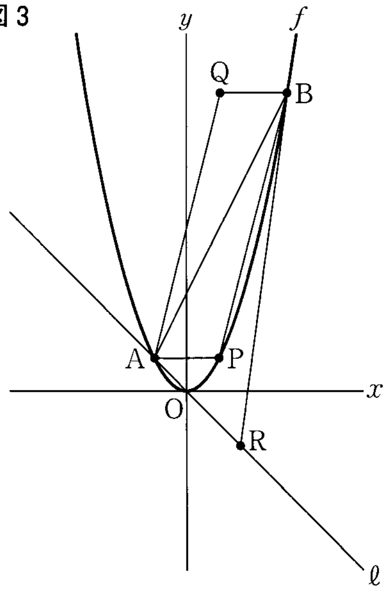
図 2



〔問 3〕 右の**図 3** は，**図 2** において，線分 AP が x 軸に平行であり，2 点 A，O を通る直線 ℓ を引き，直線 ℓ 上にあり x 座標が正の数である点を R とし，点 A と点 B，点 B と点 R をそれぞれ結んだ場合を表している。

四角形 APBQ の面積と △ARB の面積が等しくなるとき，点 R の x 座標を求めよ。

図 3



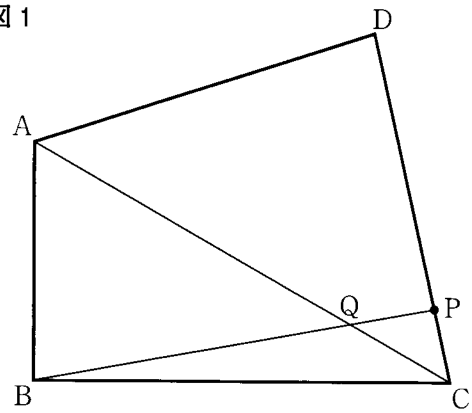
3 右の**図1**で，四角形ABCDは，$\angle ABC = 90^\circ$，$\angle ADC$は鋭角，$AB = 4$ cm，$AD = CD = 6$ cmである。

点Pは，辺ADまたは辺CD上にある点で，頂点A，頂点Cのいずれにも一致しない。

頂点Aと頂点Cを結んだ線分と，頂点Bと点Pを結んだ線分との交点をQとする。

$AC = 8$ cm，$\angle ACB = 30^\circ$のとき，次の各問に答えよ。

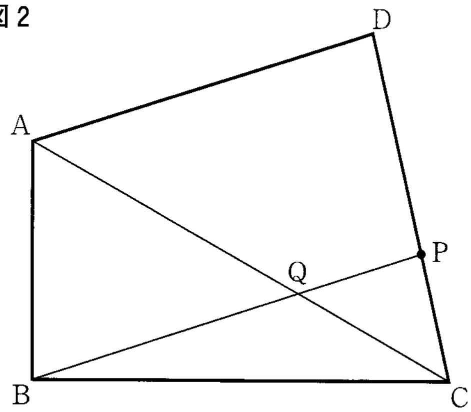
図1



〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，辺ADと線分BPが平行となる場合を表している。

$\angle ADC$の大きさをa°とするとき，$\angle CBP$の大きさをaを用いた式で表せ。

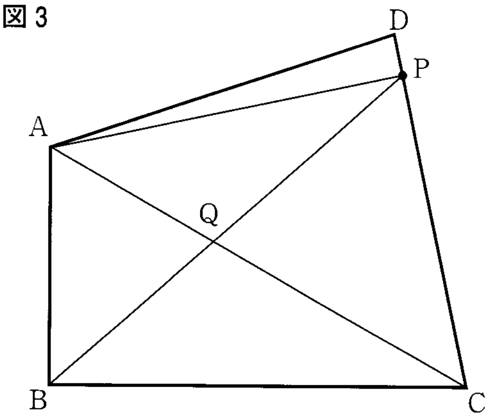
図2



〔問2〕 右の**図3**は，**図1**において，点Pが辺CD上にあり，頂点Aと点Pを結んだ場合を表している。

$\angle ABP = \angle ACP$となるとき，$\triangle APQ \backsim \triangle BCQ$であることを証明せよ。

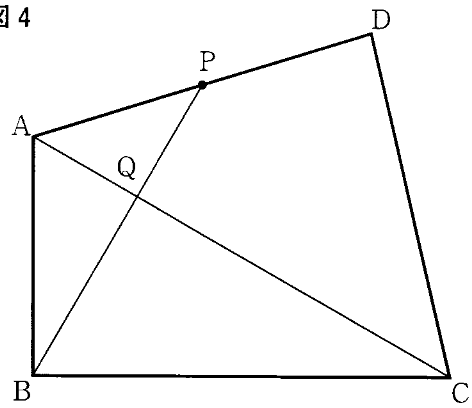
図3



〔問3〕 右の**図4**は，**図1**において，点Pが辺ADの中点となる場合を表している。

$\triangle APQ$の面積は何cm^2か。

図4

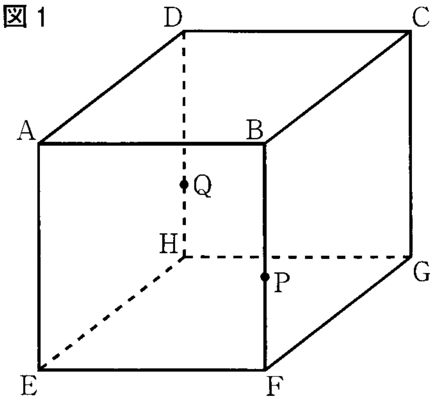


4 右の**図1**に示した立体ABCD－EFGHは，1辺の長さが6cmの立方体である。

辺BF上にある点をP，辺DH上にある点をQとする。

次の各問に答えよ。

図1

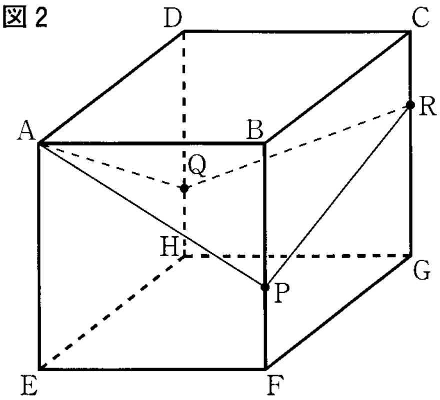


〔問1〕 右の**図2**は，**図1**において，辺CG上にある点をRとし，頂点Aと点P，点Pと点R，点Rと点Q，点Qと頂点Aをそれぞれ結んだ場合を表している。

AP = 8cm，PR + RQ + QA = d cmとする。

d の値が最も小さくなるとき，線分DQの長さは何cmか。

図2

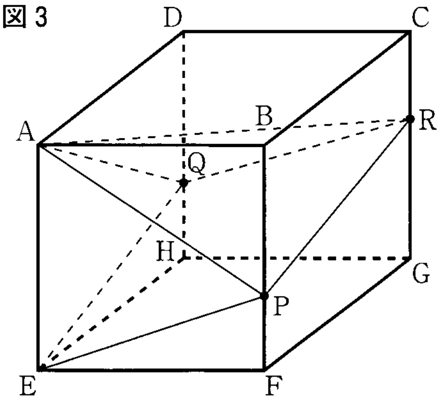


〔問2〕 右の**図3**は，**図2**において，頂点Aと点R，頂点Eと点P，頂点Eと点Qをそれぞれ結んだ場合を表している。

BP：PF = DQ：QH = 2：1，四角形EPRQがひし形となるとき，四角すいA－EPRQの体積は何cm^{3}か。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

図3



〔問3〕 右の**図4**は，**図1**において，BP：PF = DQ：QH = 1：2であり，頂点Aと頂点G，頂点Eと点P，点Pと点Q，点Qと頂点Eをそれぞれ結び，対角線AGと△EPQの交点をSとした場合を表している。

線分ASの長さは何cmか。

図4