

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、8 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 解答は全て解答用紙に **H B** 又は **B** の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って明確に記入し、**解答用紙だけを提出**しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表しなさい。また、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは全て解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 解答を直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、新しい答えを書きなさい。
- 8 **受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、その数字の ○ の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

問題は1 ページからです。

1 次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\frac{2}{\sqrt{6}}(18-5\sqrt{3})+3\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)^2$ を計算せよ。

〔問 2〕 二次方程式 $(x-2)^2-(x-2)-42=0$ を解け。

〔問 3〕 一次関数 $y=ax+b$ ($a<0$) について、 x の変域 $-2\leq x\leq 3$ における y の変域が $-2\leq y\leq 4$ であるとき、定数 a 、 b の値を求めよ。

〔問 4〕 1 から 5 までの数字を 1 つずつ書いた 5 枚のカード、①, ②, ③, ④, ⑤が入った袋がある。

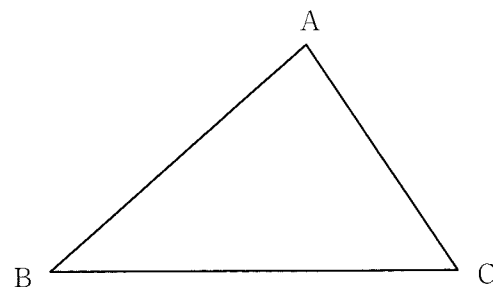
この袋から A さんが 1 枚のカードを取り出し、その取り出したカードを戻さずに残りの 4 枚のカードから B さんが 1 枚のカードを取り出し、その取り出したカードを戻さずに残りの 3 枚のカードから C さんが 1 枚のカードを取り出すとき、A さんと C さんの取り出したカードに書かれた数がともに奇数となる確率を求めよ。

ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕 右の図のように $\triangle ABC$ がある。

頂点 A と頂点 B を通り、中心が $\angle ABC$ の二等分線上にある円 O を、定規とコンパスを用いて作図し、中心の点 O の位置を示す文字 O も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。



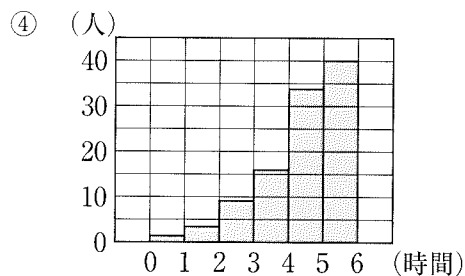
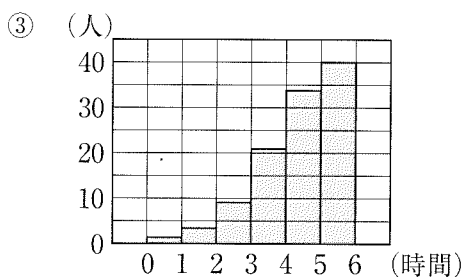
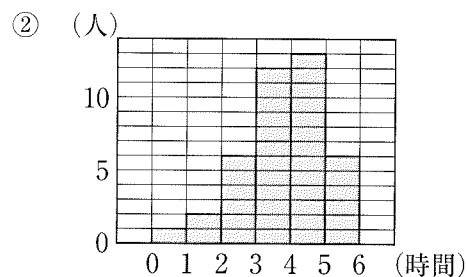
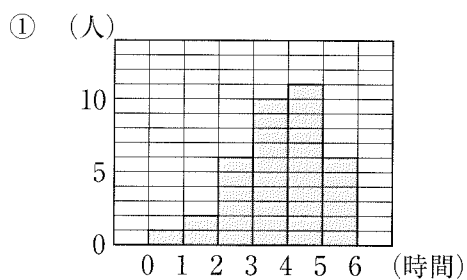
〔問6〕 K高校の3年A組40人を対象として、平日の自主学習時間について調査した結果を、右のような度数分布表にまとめた。

このデータの累積度数分布をヒストグラムの形として正しく示したものは〔ア〕であり、箱ひげ図として正しく示したものは〔イ〕である。

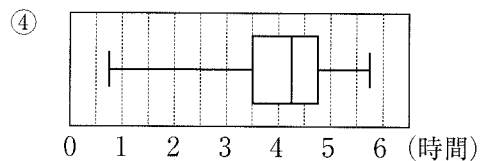
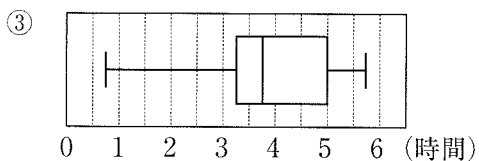
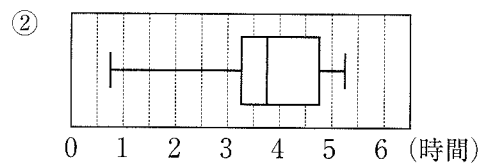
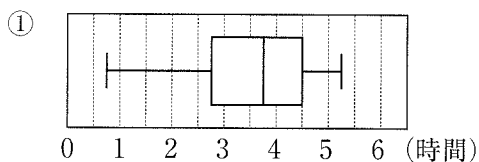
〔ア〕, 〔イ〕に当てはまる最も適切なものを、下の〔 〕の選択肢①～④から1つずつ選び、その番号を答えよ。

階級(時間)	度数(人)
0 以上 1 未満	1
1 ～ 2	2
2 ～ 3	6
3 ～ 4	12
4 ～ 5	13
5 ～ 6	6
計	40

〔ア〕の選択肢



〔イ〕の選択肢

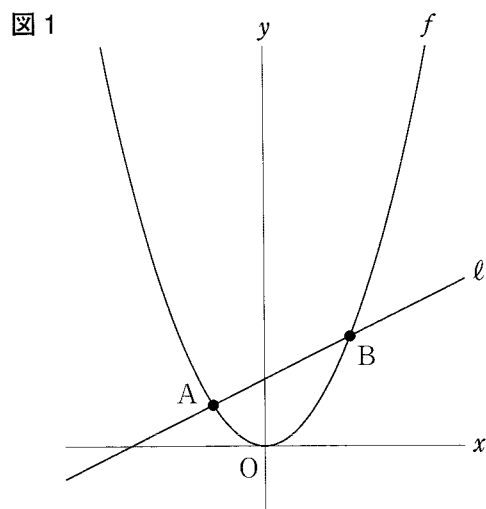


2 右の図1で、点Oは原点、曲線 f は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ を表している。

点A、点Bはともに曲線 f 上にあり、点Aの x 座標は負の数で、点Bの x 座標は正の数である。

2点A、Bを通る直線を ℓ とする。

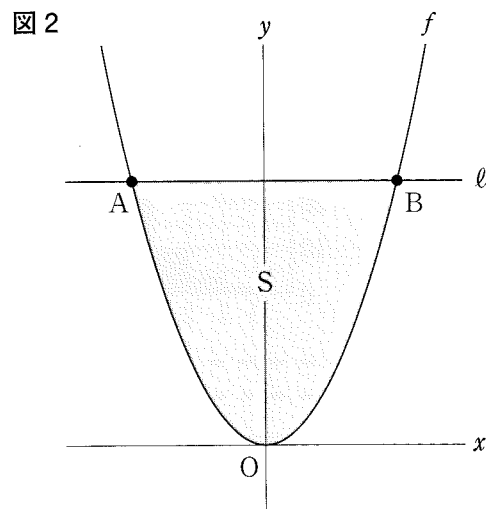
次の各問に答えよ。



〔問1〕 右の図2は、図1において、点A、点Bの y 座標がともに8である場合を表している。

曲線 f と直線 ℓ で囲まれた部分の図形をSとする。

Sの内部および周上に含まれる点のうち x 座標、 y 座標がともに整数である点の個数は何個か。

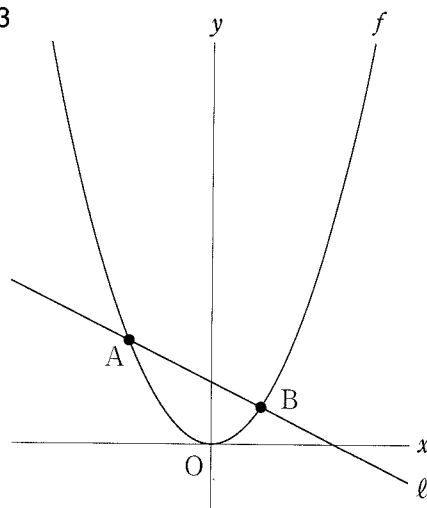


〔問2〕 右の図3は、図1において、直線 ℓ が
 x 軸の正の部分と交わる場合を表している。

直線 ℓ と x 軸との交点を C とした場合を
 考える。

点 B の x 座標が2, $AB:BC=5:4$
 のとき、点 C の座標を求めよ。

図3

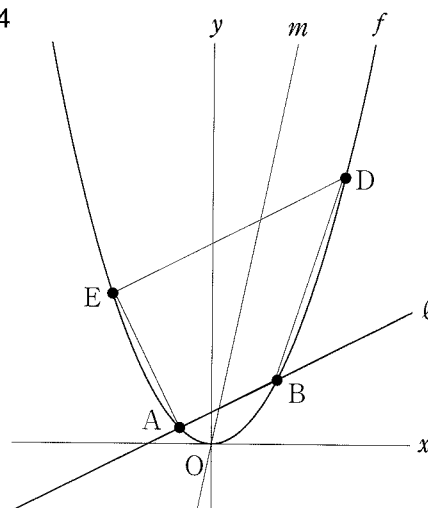


〔問3〕 右の図4は、図1において、点 A の
 x 座標が -1 , 点 B の x 座標が2のとき,
 曲線 f 上にあり, x 座標が4である点を D ,
 x 座標が -3 である点を E , 点 O を通る
 直線を m とし, 点 A と点 E , 点 B と点 D ,
 点 D と点 E をそれぞれ結んだ場合を表している。

直線 m が四角形 $ABDE$ の面積を2等分
 するとき, 直線 m の式を求めよ。

ただし, 答えだけでなく, 答えを求める
 過程が分かるように, 途中の式や計算なども
 書け。

図4



- 3 右の図1で、 $\triangle ABC$ は1辺の長さが15cmの正三角形である。

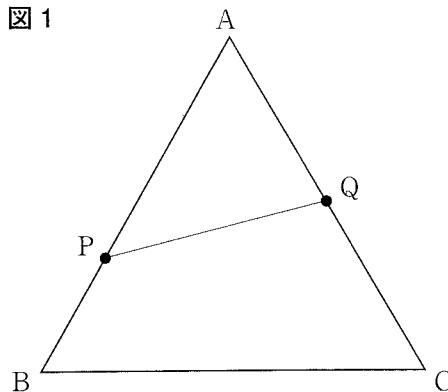
点Pは、辺AB上にある点で、頂点A、頂点Bのいずれにも一致しない。

点Qは、辺AC上にある点で、頂点A、頂点Cのいずれにも一致しない。

点Pと点Qを結ぶ。

次の各問に答えよ。

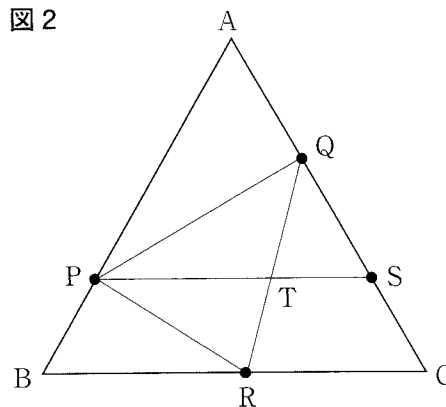
図1



- 〔問1〕 図1において、 $AP = 6\text{ cm}$ 、 $AQ = 3\text{ cm}$ のとき、四角形BCQPの面積は何 cm^2 か。

- 〔問2〕 右の図2は、図1において、辺BC上にあり頂点B、頂点Cのいずれにも一致しない点をR、線分CQ上にあり頂点C、点Qのいずれにも一致しない点をSとし、点Pと点S、点Qと点Rをそれぞれ結び、線分PSと線分QRとの交点をTとし、 $\triangle ABC$ を、線分QRを折り目として折り返したとき、頂点Cと点Pが一致し、線分PQを折り目として折り返したとき、頂点Aと点Sが一致する場合を表している。

図2

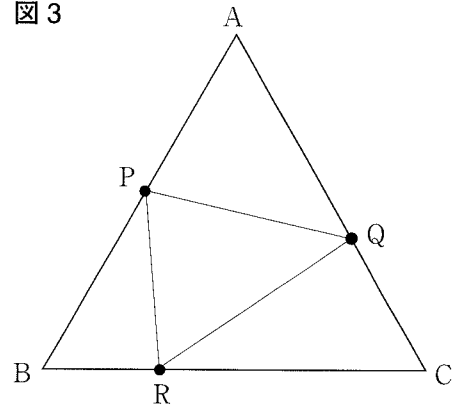


$\triangle PRQ \sim \triangle STQ$ であることを証明せよ。

〔問3〕 右の図3は、図1において、辺BC上にあり、
頂点B、頂点Cのいずれにも一致しない点を
Rとし、 $\triangle ABC$ を線分PQを折り目として
折り返したとき、頂点Aと点Rが重なる場合を
表している。

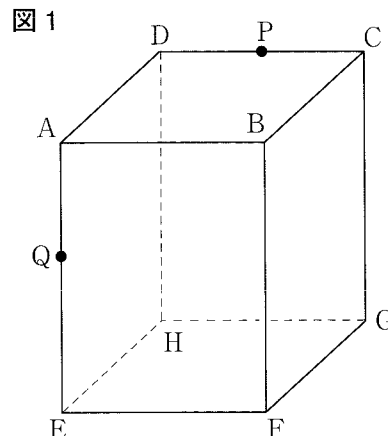
PB=8cm, BR=3cm のとき、線分AQの
長さは何cmか。

図3



- 4 次の先生、太郎、花子の会話文を読んで、あとの各問に答えよ。
ただし、四角形 ABCD を含む平面を、平面 ABCD と表すものとする。

先生：「右の図 1 に示した立体 $ABCD-EFGH$ は、 $AB=10\text{cm}$ 、 $AD=8\text{cm}$ 、 $AE=15\text{cm}$ の直方体です。辺 CD の中点を P とします。さらに辺 AE 上にある点を Q とし、 $AQ=6\text{cm}$ とします。」

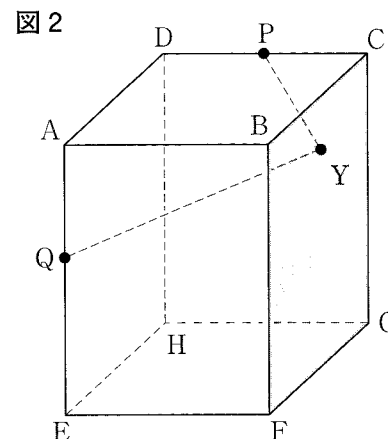


先生：「ここで辺 AB 上にある点を X とし、点 P と点 X 、点 Q と点 X をそれぞれ結んだ場合を考えます。 $PX+XQ$ の長さが最も短くなるとき、線分 AX の長さは分かりますか。」

太郎：「はい。展開図を考えると、 $AX=\boxed{\text{(ア)}}$ cm となりました。」

先生：「そのとおりです。それでは、このような最短距離の問題について、さらに考えてみたいと思います。」

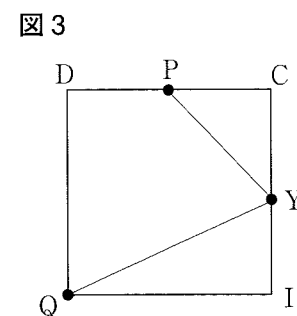
先生：「右の図 2 は、図 1 において、面 $BFGC$ 上にある点を Y とし、点 P と点 Y 、点 Q と点 Y をそれぞれ結んだ場合を表しています。 $PY+YQ=a\text{cm}$ とします。このとき、最も小さくなる a の値は分かりますか。」



太郎：「うーん。また展開図を考えてみたけど上手くいかないなあ。」

花子：「展開図のように 1 つの平面上で見る考え方は良いと思うよ。私は点 Q から辺 BF に垂線を引いて辺 BF との交点を I として、頂点 C と点 I 、頂点 D と点 Q をそれぞれ結んだ場合を考えて、右の図 3 のような四角形 $CDQI$ を考えてみたよ。線分 CI 上に点 Y があれば、 a の値が最も小さくなると思うんだけど…ここからどうすればよいのかな。」

先生：「平面 $BFGC$ と平面 $CDQI$ は垂直なので、線分 CI 上に点 Y がある場合を考えるのはとても良い発想ですね。それでは平面 $BFGC$ について点 P と対称の点、つまり頂点 C について点 P と対称の点 P' を考えてみるとどうでしょう。」



太郎：「そうか。 $\boxed{\text{(イ)}}$ ときを考えればよいから、最も小さい a の値は $\boxed{\text{(ウ)}}$ です。」

先生：「そのとおりです。それでは、さらにこの考え方を応用した問題について考えてみましょう。」

先生：「右の図4は，図1において，辺BF，辺CGの中点をそれぞれM，Nとし，頂点Aと点M，頂点Dと点N，点Mと点Nをそれぞれ結び，面AMND上にある点をZとし，頂点Bと点Z，点Pと点Zをそれぞれ結んだ場合を表しています。 $PZ + ZB = b$ cm とします。

このとき，最も小さくなる b の値は分かれますか。」

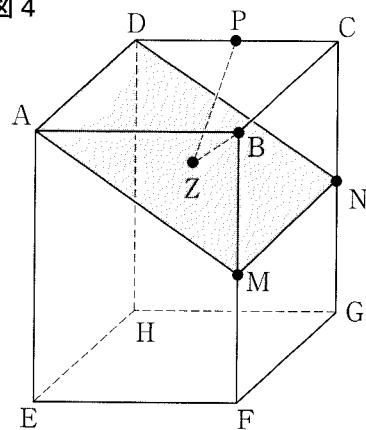
太郎：「うーん。点Mについて頂点Bと対称の点がFだから，辺GHの中点をJとして，平面BFJPで考えればよいのかな。」

先生：「残念ながら平面AMNDと平面BFJPは垂直ではないので，平面BFJP上に点Zがある場合を考えても b の値が最小とはなりません。」

花子：「分かった。さっきと同じように考えるんだから，点Pから線分DNに垂線を引いて線分DNとの交点をKとすると， $PK = \boxed{\text{(エ)}} \text{ cm}$ ，頂点Bから線分AMに垂線を引いて線分AMとの交点をLとして，点Kと点Lを結ぶと， $KL = \boxed{\text{(オ)}} \text{ cm}$ だから，平面AMNDと垂直な平面を考えると，最も小さい b の値は $\boxed{\text{(カ)}}$ です。」

先生：「そのとおりです。前の問題をしっかり応用することができていてとても素晴らしいですね。」

図4



〔問1〕 $\boxed{\text{(ア)}}$ に当てはまる値を求めよ。

〔問2〕 $\boxed{\text{(イ)}}$ に当てはまる最も適切なものを，下の $\boxed{\text{---}}$ の選択肢①～⑥から1つ選び，その番号を答えよ。また， $\boxed{\text{(ウ)}}$ に当てはまる値を求めよ。

$\boxed{\text{(イ)}}$ の選択肢

- ① $PC = P'C$ なので，CYとIYが等しくなる
- ② $PQ = YQ$ なので，CYとIYが等しくなる
- ③ $CY = IY$ なので， $P'Y + YQ$ が最小になる
- ④ $PY = P'Y$ なので， $P'Y + YQ$ が最小になる
- ⑤ $\angle PYP' = 90^\circ$ なので，PYとQYが垂直になる
- ⑥ $\angle CP'Y + \angle IQY = 90^\circ$ なので，PYとQYが垂直になる

〔問3〕 $\boxed{\text{(エ)}}$ ， $\boxed{\text{(オ)}}$ ， $\boxed{\text{(カ)}}$ に当てはまる値をそれぞれ求めよ。

