水面の定常波とパラメトリック励振

小石川中等教育学校 5年

1. はじめに

1.1 実験の背景

ブランデーグラスに水を溜め、指でなぞるときれいな音が鳴る。この時、水面(写真 1)を見ると定常波の波が発生しているのがわかる。普通の振動であれば、壁面を叩いた際の壁の振動と平行に波面ができる。一方、この波は波面が壁面と垂直であり直感に反する。そこで与えている振動がこのような波として励起する理由を調べた。





(写真1)

(写直 2)

台所のボウルを木の棒などで叩いたときにもこれとよく似た波が見られる。この波について、高橋秀俊教授が「それはパラメトリック励振で励起させられているからではないか」と予想している。しかしそこでは詳しい測定をされていない。そこで検証することにした。

1.2 パラメトリック励振について

パラメトリック励振とは以下の三つの特徴を持つ現象である。

- ・励起される振動は与えられる振動と振動の向きが異なる場合もある
- ・励起される振動の振動数は与えられた振動の振動数の二分の一である
- ・ある程度の力が加わらなければ発生しない

この特徴を用いて、与えた振動の二分の一の振動となっていることを 証明することで、パラメトリック励振とする説の有力性を証明する。

2. 方法

2.1 ブランデーグラスの実験

- (1) 直径 3mm の円柱状の棒と共にグラスハープをならす。
- (2) (1)のものを撮影する。
 - ※露光時間が波の周期より長くなると波長が半分に写るためフラッシュを焚いて行う。
- (3) (2)の写真をプリントアウトする。
- (4) 紙の上で山と山の間隔をノギスで測る。
- (5) 棒の直径と比較して実際の定常波の波長を求める。

→グラスの振動数が与えられた振動数となる。(*1)

(*1) グラスの振動数を直接測ることは難しいため、発生した音の最大振幅の振動数をグラスの振動数とした。この際の計測には「Sound Analyzer Basic」というスマートフォンアプリを用いた。

2.2 ボウルの実験

- (1) 水槽に長方形のアクリル板を半分ほど沈める。(*2)
- (2) バイブレーターをアクリル板に当てて振動させる。
- (3) 直径 3mm の円柱状の棒と共に(2)で励起された振動を撮影する。 ※露光時間が波の周期より長くなると波長が半分に写るためフラッシュを焚いて行う。
- (4) の写真をプリントアウトする。
- (5) 紙の上で山と山の間隔をノギスで測る。
- (6) 棒の直径と比較して実際の定常波の波長を求める。

→バイブレーターの振動数が与えられた振動数となる。(*3)

(*2)ボウルを叩いた際の定常波は、見やすくするためにボウルの代わり に四角い水槽を用いた。

(*3) バイブレーターは 83. 3Hz と 105Hz の二つの振動数を作ることができるものを用いた



(写真2)

3. 波長を求める

表面張力波の速度の式を用いて

$$C = \sqrt{\frac{2\pi\gamma}{\rho\lambda}}$$

$$C = f\lambda$$

$$f = \sqrt{\frac{2\pi r}{\rho\lambda^3}}$$

波の位相速度:c波長: λ 水の密度: ρ 水の表面張力: γ

4. 結果

結果は下表のようになった。誤差は平均二乗誤差で割り出している。

	f_A	f_B
Ex.1	83.3 Hz	41.1±2.2 Hz
Ex.1	105 Hz	50.3±4.5 Hz
Ex.2	747 Hz	$357 \pm 34 \; \mathrm{Hz}$
Ex.2	549 Hz	$284 \pm 22 \text{ Hz}$

この結果から、誤差の範囲内で励起される振動の振動数は与えられる振動の振動数の二分の一である。

5. 結論

誤差の範囲内で振動数は 2:1 になっているため、これらはパラメトリック励振である。

6. 展望

今回の実験で、以下のさらに検証するべきことが残った。

・グラスハープの実験において、鳴る音の最大振幅の振動数をグラスの 振動数として計算したが、正しいのか

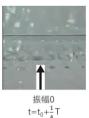
・アクリル板にバイブレーターを押し当てたがその際に振動は空振りせずに、そのまま精確に伝わっているのか

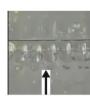
・壁の振動によって、実際にはどのようにしてパラメトリック励振が壁 際で起きているのか

6.1 現在の状況

どのように力が働き、壁際で定常波ができるかを具体的に考察するために、現段階では、高速度撮影で定常波がどのようにして励起されるかを探っている。









 $t=t_0$

 $t = t_0 + \frac{1}{2}T$

_{振幅0} t=t₀+³/₄T (写真 3)

(写真 3) より、 $t_0 \geq t_0 + \frac{1}{2}T$ はアクリル板は手前側、つまり水を押す方向に振動し、波は励起されている瞬間である。 $t_0 + \frac{1}{4}T \geq t_0 + \frac{3}{4}T$ の瞬間では、アクリル板は奥側に振動し、波は励起されていない。この現象はメルデの実験 (*4) における現象と対応している。

(*4)メルデの実験とは、(図 1)のような現象で音 叉の振動方向と垂直の向きに糸を張ると音叉の振 動数の二分の一の振動数で振動する波ができると いうものである。この実験はパラメトリック励振 の例としてとても有名なものである。

(図1)

7. 参考文献

ロゲルギスト『新物理の散歩道』 (筑摩学芸文庫、2009 年) 今井功『流体力学』 (岩波書店、1970 年)

吉岡大二郎『振動と波動』(東京大学出版会、2005 年)

『理科年表』(国立天文台、2018年)

井上良紀、 木谷勝『乱れと波の非線形現象』(朝倉書店、1993年)