

学習指導要領	都立清瀬高校 学力スタンダード
<p>(1) ア 式と証明 い (ア) 整式の乗法・除法、分数式の計算 ろ 三次の乗法公式及び因数分解の公式を理解し、 い それらを用いて式の展開や因数分解をすること。 ろ また、整式の除法や分数式の四則計算について理 な 解し、簡単な場合について計算をすること。 式</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2変数の3次式の展開や因数分解ができる。 (例1) 次の式を展開せよ。 $(2x + 3y)^3$ (例2) 次の式を因数分解せよ。 $8x^3 - 27y^3$ • 整式の除法の考え方を活用できる。 (例) 整式 $x^3 + x^2 - 2x + 1$ を整式 B で割ると、 商が $x - 1$、余りが $3x - 2$ である。 B を求めよ。 • 二項定理の考えを用いて、項の係数などを求めることができる。 (例) $(2x - y)^7$ の展開式における $x^4 y^3$ の係数 を求めよ。 • 分数式の計算ができる。 (例) 次の計算をせよ。 (1) $\frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 8}$ (2) $\frac{4x^2 - y^2}{x^2 - 4y^2} \div \frac{2x + y}{x - 2y}$ (3) $\frac{2x - 3}{x^2 - 3x + 2} - \frac{3x - 2}{x^2 - 4}$ • 係数を比較して恒等式の係数を決定できる。 (例) 次の等式が x についての恒等式となるように、 定数 a, b の値を求めよ。 $\frac{3x - 5}{(2x - 1)(x + 3)} = \frac{a}{2x - 1} + \frac{b}{x + 3}$

<p>(イ) 等式と不等式の証明</p> <p>等式や不等式が成り立つことを、それらの基本的な性質や実数の性質などを用いて証明すること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 等式の証明ができる。 <p>(例) 次の等式を証明せよ。</p> $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2 + (ay - bx)^2$ <ul style="list-style-type: none"> 両辺を2乗して比較したり、相加・相乗平均の考え方などを用いて不等式の証明ができる。 <p>(例) $a > 0$, $b > 0$ のとき、次の不等式が成り立つことを証明せよ。</p> <p>(1) $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$</p> <p>(2) $a + \frac{16}{a} \geq 8$</p> <ul style="list-style-type: none"> 条件付き等式の証明ができる。 <p>(例) 次の等式の証明をせよ。</p> <p>(1) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ のとき、$\frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$ を証明せよ。</p> <p>(2) $x + y + 1 = 0$ のとき、$x^2 - y = y^2 - x$ を証明せよ。</p>
<p>イ 高次方程式</p> <p>(ア) 複素数と二次方程式</p> <p>数を複素数まで拡張する意義を理解し、複素数の四則計算をすること。また、二次方程式の解の種類判別及び解と係数の関係について理解すること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 実部と虚部に整理して、複素数の相等の意味を理解して活用できる。 <p>(例) 次の等式をみたす実数 x , y を求めよ。</p> $(2 + i)(3x - yi) = 1 + 2i$ <ul style="list-style-type: none"> 複素数の四則計算ができる。 <p>(例) 次の計算をせよ。</p> <p>(1) $(1 + i)^3$</p> <p>(2) $i + i^2 + i^3 + i^4 + \frac{1}{i}$</p>

<p>(2) 図形と方程式</p>	<p>(イ) 因数定理と高次方程式 因数定理について理解し、簡単な高次方程式の解を、因数定理などを用いて求めること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 2次方程式の解の判別について理解する。 (例) 次の2次方程式が異なる2つの虚数解をもつように実数kの値の範囲を求めよ。 $x^2 - 3x + 1 - k = 0$ • 解と係数の関係を利用して、対称式などの値を求めることができる。 (例) 2次方程式$x^2 + 2x + 5 = 0$の2つの解をα, βとすると、$\alpha^2 + \beta^2$の値を求めよ。 • 剰余の定理を利用して、文字の値などを求めることができる。 (例) 整式$P(x) = x^3 + a^2x^2 - a - 3$が$x - 1$で割り切れるように、定数$a$の値を定めよ。 • 剰余の定理の考え方を利用して、整式の余りを求めることができる。 (例) 整式$P(x)$を$x - 2$で割ると余りは5、$x + 3$で割ると余りは10である。$P(x)$を$(x - 2)(x + 3)$で割ったときの余りを求めよ。 • 因数定理を用いて因数分解ができる。 (例) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$を因数分解せよ。 • 因数定理を利用して、高次方程式を解くことができる。 (例) 次の方程式を解きなさい。 (1) $x^4 - 1 = 0$ (2) $x^3 + 1 = 0$ (3) $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 = 0$
	<p>ア 直線と円 (ア) 点と直線 座標を用いて、平面上の線分を内分する点、外分する点の位置や二点間の距離を表すこと。また、座標平面上の直線を方程式で表し、それを二直線の位置関係などの考察に活用すること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 座標平面上の2点から等距離にある座標軸上の点を求めることができる。 (例) A(2, -3), B(5, -2)から等距離にあるy軸上の点を求めよ。

<p>(イ) 円の方程式 座標平面上の円を方程式で表し、それを円と直線の位置関係などの考察に活用すること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 点対称な点の座標を求めることができる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) A (6, -1) に関して, 点 B (4, 3) と対称な点 C の座標を求めよ。 </div> • 重心の座標についての公式を証明できる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 3点 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3) を頂点とする△ABC の重心 G の座標は $(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$ であることを証明せよ。 </div> • 二直線の垂直条件を用いて, ある直線に関して対称な点の座標を求めることができる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 直線 $x - 2y - 1 = 0$ に関して点 A (2, 3) と対称な点 B の座標を求めよ。 </div> • 二直線の交点を求めることができる。さらに, 他の直線との関係について考察できる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 次の3直線が1点で交わる時定数 k の値を求めよ。 $x + 2y - 1 = 0, \quad x - y + 2 = 0,$ $kx - y + 3 = 0$ </div> • 3点が同一直線上にある条件について考察できる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 次の3点が一直線上にあるとき, a の値を求めよ。 A (2, 5), B (4, 9), C (-1, a) </div> • 公式を用いて点と直線の距離を求めることができる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 点 A (-1, 2) と直線 $y = 3x - 5$ の距離を求めよ。 </div> • 3点を通る円の方程式を求めることができる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 3点 A (2, 0), B (1, -1), C (3, 3) を通る円の方程式を求めよ。また, この円の中心と半径を求めよ。 </div>
---	--

<p>イ 軌跡と領域 軌跡について理解し、簡単な場合について軌跡を求めること。また、簡単な場合について、不等式の表す領域を求めたり領域を不等式で表したりすること。</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 円と直線の共有点について考察できる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 円 $x^2 + y^2 = 1$ と直線 $y = 2x + k$ の共有点の個数は、定数 k の値によってどのように変わるか。 </div> • 円と直線が2点を共有するとき、その2点を結ぶ線分の長さを求めることができる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 円 $x^2 + y^2 = 5$ と直線 $3x - y - 5 = 0$ の二つの交点を結ぶ線分の長さを求めよ。 </div> • 二つの円の位置関係について、二つの円の中心の距離と二つの円の半径との和や差から考察できる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 点 $A(-1, 3)$ を中心とし、円 $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$ と外接している円の方程式を求めよ。 </div> • 円の外部から引いた円の接線の方程式を求めることができる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 点 $A(3, 1)$ を通り、円 $x^2 + y^2 = 5$ に接する直線の方程式を求めよ。 </div> • 2定点からの距離の比が一定である点の軌跡を求めることができる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 2点 $O(0, 0)$, $A(3, 0)$ に対して、$OP : AP = 1 : 2$ である点の軌跡を求めよ。 </div> • 動点にともなって動く点の軌跡を求めることができる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> (例) 点 Q が円 $x^2 + y^2 = 4$ 上を動くとき点 $A(6, 0)$ と点 Q を結ぶ線分 AQ の中点 P の軌跡を求めよ。 </div>
---	---

(3) 指数関数・対数関数

ア 指数関数

(ア) 指数の拡張

指数を正の整数から有理数へ拡張する意義を理解すること。

(イ) 指数関数とそのグラフ

指数関数とそのグラフの特徴について理解し、それらを事象の考察に活用すること。

・連立不等式などの表す領域を図示することができる。
また、図示された領域から不等式を求めることができる。

(例1) 次の連立不等式の表す領域を図示せよ。

$$\begin{cases} x + y - 2 < 0 \\ x^2 + y^2 - 2x < 0 \end{cases}$$

・指数法則や累乗根の性質を利用して、2重根号をはずしたり、累乗の異なる数の乗法や除法、同じ累乗根の加法や減法の計算できる。

(例) 次の計算をせよ。ただし、 $a > 0$ 、 $b > 0$ とする。

(1) $\sqrt[3]{\sqrt{27}}$

(2) $\left\{ \left(\frac{25}{9} \right)^{\frac{3}{4}} \right\}^{-\frac{2}{3}}$

(3) $\sqrt[3]{64} \times \sqrt[4]{32}$

(4) $\sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{192}$

(5) $(a^3b)^{-2} \div (a^{-2}b^2) \times (ab^4)^{\frac{3}{2}}$

・指数関数 $y = a^x$ のグラフの特徴を踏まえ、 $y = a^{x-p}$ 、 $y = a^x + q$ の形の指数関数のグラフがかけられる。

(例) 次の指数関数のグラフをかけ。

(1) $y = 3^{x-1}$

(2) $y = \left(\frac{1}{2} \right)^x - 2$

・指数が有理数の範囲まで拡張された数や累乗根の大小関係について求めることができる。

(例) 次の数の大小関係を、不等号<を用いて表せ。

(1) $\left(\frac{1}{4} \right)^3$ 、 2^{-4} 、 $\left(\frac{1}{8} \right)^0$

(2) $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt[3]{9}$ 、 $\sqrt[3]{81}$

イ 対数関数

(ア) 対数

対数の意味とその基本的な性質について理解し、簡単な対数の計算をすること。

(イ) 対数関数とそのグラフ

対数関数とそのグラフの特徴について理解し、それらを事象の考察に活用すること。

・いろいろな指数方程式、指数不等式を、 $a^x = b$ 、 $a^x > b$ などの形に帰着して解くことができる。

(例) 次の方程式、不等式を解け。

(1) $4^{x-1} = 8$

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} \leq \frac{1}{9\sqrt{3}}$

・対数の性質を用いて、四則計算ができる。

(例) 次の計算をせよ。

(1) $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{25}$

(2) $\log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 9$

(3) $\log_2 \sqrt{2} - \frac{1}{2} \log_2 3 + \log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$

・対数関数 $y = \log_a x$ のグラフの特徴を踏まえ、 $y = \log_a(x-p)$ 、 $y = \log_a x + q$ の形の対数関数のグラフがかける。

(例) 次の対数関数のグラフをかけ。

(1) $y = \log_2(x-3)$

(2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x + 2$

・やや複雑な対数の大小関係を求められる。

(例) 次の数の大小関係を、不等号<を用いて表せ。

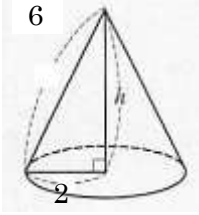
$7 \log_5 3, 6 \log_5 4, 4 \log_5 7$

・二つ以上の対数を含む対数方程式、対数不等式を解くことができる。

(例) 次の方程式、不等式を解け。

(1) $\log_2(x-1) + \log_2(x+3) = 5$

(2) $\log_2 x + \log_2(x-3) < 2$

		<p>・常用対数を用いて、自然数の桁数や小数第何位に0でない数が現れるかなどを求められる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>(例1) 2^{50}は何桁の数か。</p> <p>ただし、$\log_{10} 2 = 0.3010$とする。</p> <p>(例2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{40}$は小数第何位に初めて0でない数が現れるか。ただし、$\log_{10} 3 = 0.4771$とする。</p> </div> <p>・扇形の面積や周の長さに関して考察できる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>(例) 右図のように底面の半径が2、母線の長さが6の円すいがある。次の問に答えよ</p>  <p>(1) 高さhを求めよ。</p> <p>(2) 側面を展開して得られる扇形の中心角θを求めよ。</p> </div> <p>・$y = f(\theta - a)$, $y = af(\theta)$, $y = f(b\theta)$のグラフをかきことができる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>(例) 次の関数のグラフをかけ。また、その周期を答えよ。</p> <p>(1) $y = \sin \theta + 1$</p> <p>(2) $y = 3\cos \theta$</p> <p>(3) $y = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$</p> </div>
<p>(4) 三角関数</p>	<p>ア 角の拡張 角の概念を一般角まで拡張する意義や弧度法による角度の表し方について理解すること。</p>	
<p>イ 三角関数</p>	<p>(ア) 三角関数とそのグラフ 三角関数とそのグラフの特徴について理解すること。</p>	

(イ) 三角関数の基本的な性質

三角関数について、相互関係などの基本的な性質を理解すること。

・公式を活用して証明することができる。

(例) 次の等式を証明せよ。

$$(1) \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} - \frac{\cos \theta - 3}{\sin \theta} = \frac{4 - 2 \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$(2) \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{1 + 2 \sin \theta \cos \theta} = \frac{\tan \theta - 1}{\tan \theta + 1}$$

・三角関数を含む方程式、不等式の解を求めたり、三角関数の最大や最小について考察できる。

(例1) $0 \leq \theta < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。

$$(1) 2 \cos^2 \theta - \sin \theta = 1$$

$$(2) 2 \cos^2 \theta - 1 \geq 0$$

(例2) 関数 $y = 2 \cos \theta$ について、以下の場合の最大値、最小値を求めよ。また、そのときの θ の値を求めよ。

$$(1) 0 \leq \theta \leq \frac{2}{3} \pi$$

$$(2) 0 \leq \theta \leq \frac{5}{4} \pi$$

ウ 三角関数の加法定理

三角関数の加法定理を理解し、それを用いて2倍角の公式を導くこと。

・加法定理を理解し、活用できる。

微分・積分の考え	<p>ア 微分の考え (ア) 微分係数と導関数</p> <p>(5) 微分係数や導関数の意味について理解し、関数の定数倍、和及び差の導関数を求めること。</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> (例1) αが鋭角で、βが鈍角で $\cos \alpha = \frac{1}{4}, \sin \beta = \frac{2}{5}$ のとき、 $\sin(\alpha - \beta), \cos(\alpha + \beta)$ の値を求めよ。 (例2) 次の2直線 $4x + y = 0, -5x + 3y = 0$ のなす角 θ を求めよ。 ただし、$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。 </div> <p>・加法定理から導き出された様々な公式を活用できる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> (例) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。 (1) $\sin 2x = \cos x$ (2) $3\cos x < \cos 2x + 2$ </div> <p>・三角関数の合成を用いて、方程式や不等式を解くことができる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> (例) $0 \leq x < 2\pi$ のとき、次の方程式、不等式を解け。 (1) $\sin x + \cos x = 1$ (2) $\sqrt{3} \sin x - \cos x \geq 0$ </div> <p>・3次までの整式で表された関数について、平均変化率や極限を利用して微分係数や導関数を求めることができる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> (例1) 定義にしたがって、次の関数の導関数を求めよ。 $y = 2x^2 - 5x$ </div> <p>・微分係数の値等の与えられた条件からその関数を決定</p>
----------	---	---

(イ) 導関数の応用

導関数を用いて関数の値の増減や極大・極小を調べ、グラフの概形をかくこと。また、微分の考えを事象の考察に活用すること。

することができる。

(例) 次の条件をすべて満たす2次関数を求めよ。

$$f(0) = 2, \quad f'(0) = -3, \quad f'(1) = 1$$

- x 以外の変数を含む場合の導関数を求めることができる。

(例) 半径 r の球の表面積 S と体積 V をそれぞれ r の関数と考え、 S と V を r で微分せよ。

- 放物線上にない点から放物線に引いた接線の方程式および接点の座標を求めることができる。

(例) 放物線 $y = x^2 + 4$ に点 $(1, 1)$ から引いた接線の方程式と、接点の座標を求めなさい。

- 文字定数を含む2次や3次の関数について、増減や極値を調べる等の考察できる。

(例) a は定数とする。次の各場合に、関数 $y = x^2(x - a)$ の極値を調べよ。

① $a > 0$ ② $a < 0$

- 具体的な事象の考察を微分の考え方を用いることができる。

(例) 一辺の長さが 12 cm の正方形がある。この四隅から一辺の長さが x cm の正方形を切りとって、直方体を作る。この箱の容積が最大になるときの x の値を求めよ。またそのときの体積を求めよ。

- 3次関数の極値や極値をとるときの x の値から、その関数を決定することができる。

(例) 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 2$ が $x = -1$ で極大値をとり、 $x = 3$ で極小値をとるように、定数 a, b の値を定めなさい。また、極値を求めよ。

- 関数の増減を調べたりグラフをかいたりし、3次方程式の実数解の個数を求めたり、不等式を証明することができる。

イ 積分の考え

(ア) 不定積分と定積分

不定積分及び定積分の意味について理解し、関数の定数倍、和及び差の不定積分や定積分を求めること

(イ) 面積

定積分を用いて直線や関数のグラフで囲まれた図形の面積を求めること。

(例1) 方程式 $x^3 - 3x - 1 = 0$ の実数解の個数を求めよ。

(例2) $x \geq 0$ のとき、不等式 $x^3 + 16 \geq 12x$ が成り立つことを証明せよ。

・関数や積分区間に文字定数を含む定積分の計算ができたり、定積分の様々な性質を利用して効率よく計算することができる。また $\int_a^x f(t)dt$ の導関数が $f(x)$ であることを理解する。

(例1) 次の式を計算せよ。

(1) $\int_{-1}^2 (x^2 - 3x + 2)dx - \int_{-1}^2 (x^2 - 3x - 2)dx$

(2) $\int_{-2}^3 (2x^3 - 4x)dx + \int_1^3 (4x - 2x^3)dx$

(例2) 等式 $\int_a^x f(t)dt = x^2 - 2x + 1$ を満たす関数 $f(x)$ ，および定数 a を求めよ。

・放物線や直線で囲まれた部分の面積を求めることができる。

(例) 放物線 $y = x^2 - 1$ と直線 $y = x + 1$ で囲まれた図形の面積を求めなさい。