

数 学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、7 ページにわたって印刷してあります。
また、解答用紙は両面に印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読むではいけません。
- 4 答えは全て解答用紙に HB 又は B の鉛筆（シャープペンシルも可）を使って
明確に記入し、解答用紙だけを提出しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、根号を付けたまま、分母に根号を含まない
形で表しなさい。また、根号の中を最も小さい自然数にしなさい。
- 6 答えは解答用紙の決められた欄からはみ出さないように書きなさい。
- 7 答えを直すときは、きれいに消してから、消しくずを残さないようにして、
新しい答えを書きなさい。
- 8 受検番号を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き、表面については、
その数字の の中を正確に塗りつぶしなさい。
- 9 解答用紙は、汚したり、折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

〔問1〕 $\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)\left(\sqrt{10} - \frac{1}{\sqrt{10}}\right) + \left(\sqrt{10} - \frac{1}{\sqrt{10}}\right)^2$ を計算せよ。

〔問2〕 連立方程式
$$\begin{cases} 0.3x + \frac{1}{4}y = 4 \\ \frac{1}{3}x + 0.4y = 2 \end{cases}$$
 を解け。

〔問3〕 n を自然数とし、記号 $[\sqrt{n}]$ は \sqrt{n} の整数部分を表すものとする。

例えば $[\sqrt{3}] = 1$, $[\sqrt{25}] = 5$ である。

1 から 6 までの目の出る大小 1 つずつのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b としたとき、

$$\frac{2[\sqrt{a+b}]}{[\sqrt{a^2}]}$$

が整数となる確率を求めよ。

ただし、大小 2 つのさいころはともに 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

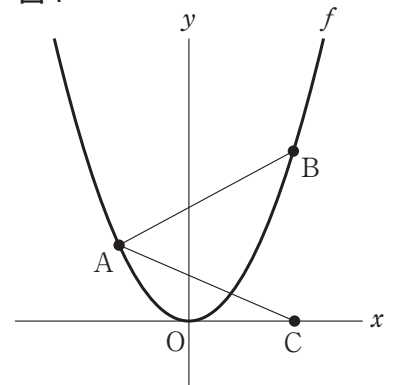
〔問4〕 右の図1で、点 O は原点、曲線 f は関数 $y = x^2$ のグラフを表している。2 点 A , B はともに曲線 f 上にあり、点 C は x 軸上にある。

点 A の x 座標は負の数で、点 B の x 座標は正の数であり、点 A の x 座標と点 B の x 座標の差は 5 で、点 B の x 座標と点 C の x 座標は等しい。

点 A と点 B 、点 A と点 C をそれぞれ結ぶ。

$AB = AC$ となる点 A の x 座標を求めよ。

図1

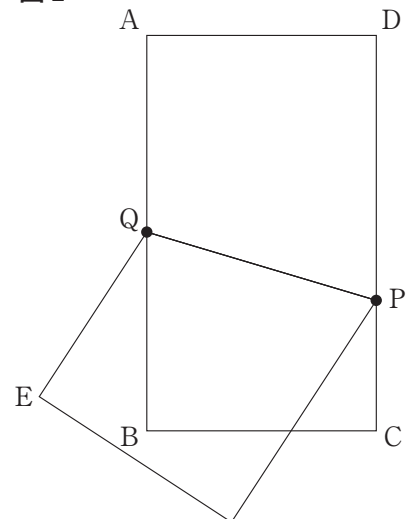


〔問5〕 右の図2で、四角形 $ABCD$ は長方形である。辺 CD 上にある点を P 、辺 AB 上にある点を Q とする。線分 PQ を折り目として四角形 $ABCD$ を辺 BC と線分 DP が交わるように折り曲げたとき、頂点 A と重なる位置にある点を E とする。

解答欄に示した図をもとにして、 $\angle EQB = 30^\circ$ となる点 Q を、定規とコンパスを用いて作図によって求め、点 Q の位置を示す文字 Q も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

図2



2 右の図1で点Oは原点, 曲線 l は関数 $y = \frac{a}{x}$ ($a > 0$)を表している。

点Pと点Qはともに曲線 l 上にあり, 点Pの x 座標は負の数, 点Qの x 座標は正の数である。

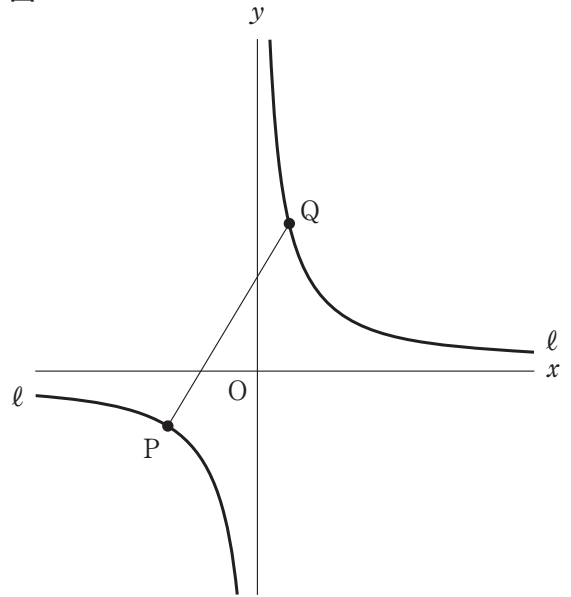
点Pと点Qを結ぶ。

点Oから点(1, 0)までの距離, および点Oから点(0, 1)までの距離をそれぞれ1 cmとして, 次の各問に答えよ。

[問1] 点Pの x 座標が-3, 点Qの x 座標が1の場合を考える。

直線PQの傾きが2のとき, a の値を求めよ。

図1



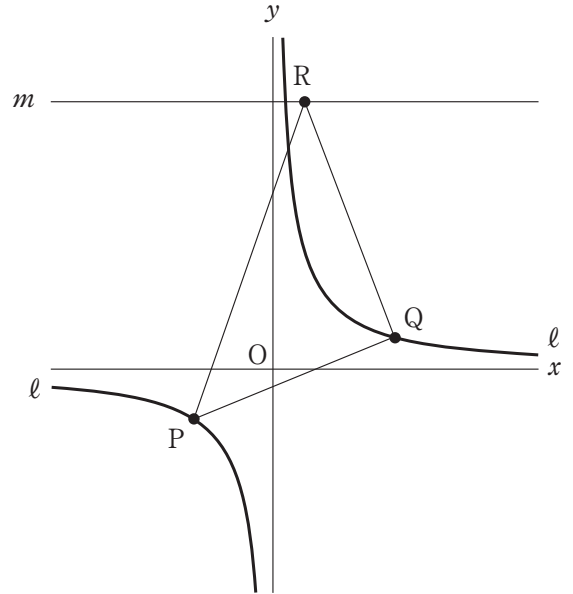
[問2] 右の図2は、図1において、 $y = 4$ のグラフを表す直線を m 、直線 m 上にある点を R とし、点 P と点 R 、点 Q と点 R をそれぞれ結んだ場合を表している。

点 P の x 座標が -2 、点 Q の x 座標が 4 のとき、次の (1)、(2) に答えよ。

(1) 点 P の y 座標が -2 、 $\angle PQR = 90^\circ$ のとき、線分 PR の長さは何 cm か。

ただし、答えだけでなく答えを求める過程が分かるように途中の式や計算なども書け。

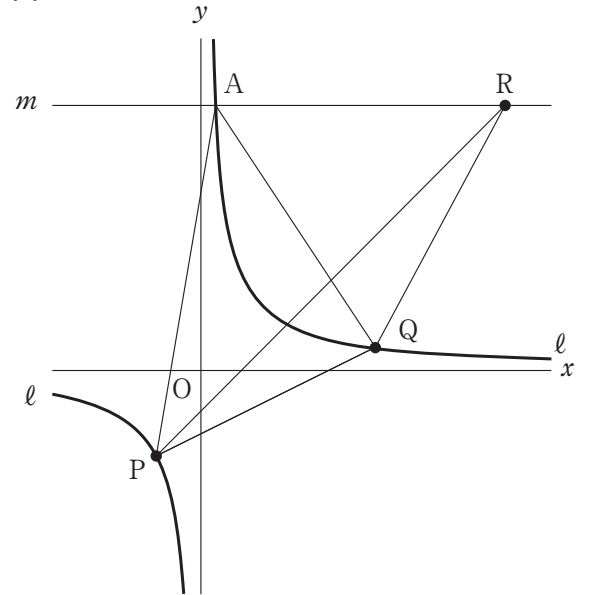
図2



(2) 右の図3は、図2において、曲線 l と直線 m との交点を A とし、点 A と点 P 、点 A と点 Q をそれぞれ結んだ場合を表している。

$a = 2$ のとき、 $\triangle APQ$ の面積が $\triangle PQR$ の面積の2倍となる点 R の x 座標を求めよ。

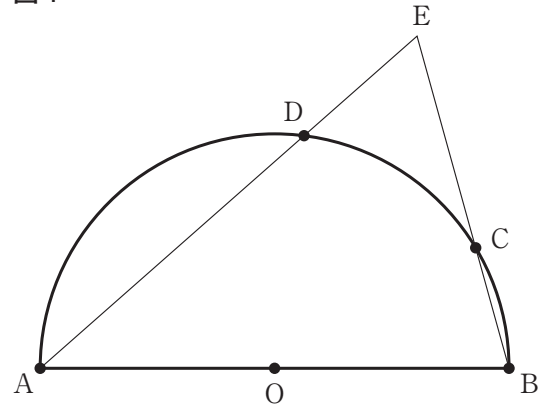
図3



- 3 右の図1で、点Oは線分ABを直径とする半円の中心である。
 点Cは \widehat{AB} 上にある点で、点A、点Bのいずれにも一致しない。
 点Dは \widehat{AC} 上にある点で、点A、点Cのいずれにも一致しない。
 2点A、Dを通る直線と2点B、Cを通る直線との交点をEとする。

次の各問に答えよ。

図1

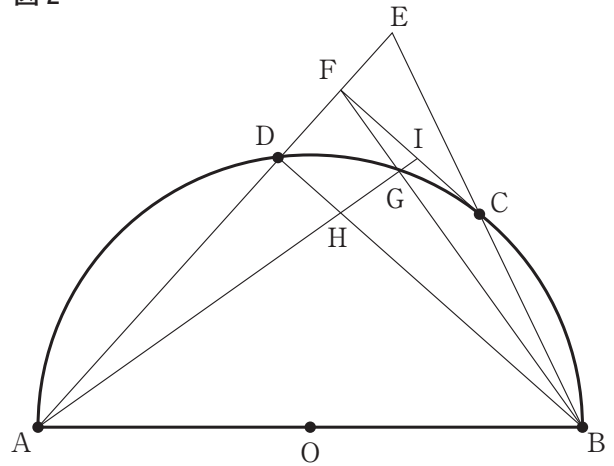


- [問1] 図1において、点Oと点Dを結んだ場合を考える。

$\widehat{BC} : \widehat{CD} = 5 : 9$, $\angle AEB = 63^\circ$ のとき, $\angle BOD$ の大きさは何度か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、点Cから線分DEに垂線を引き、線分DEとの交点をFとし、点Bと点D、点Bと点Fをそれぞれ結び、線分BFと半円Oとの交点をG、2点A、Gを通る直線を引き、直線AGと線分BD、線分CFとの交点をそれぞれH、Iとした場合を表している。

図2



次の(1)、(2)に答えよ。

(1) $\triangle AHD \sim \triangle FIG$ であることを証明せよ。

(2) 次の に当てはまる式を a と b を用いて表せ。

$CF = \frac{7}{2}$ cm, $\triangle BCF$ の面積が $\frac{21}{8}$ cm², $\triangle AHD$ と $\triangle FIG$ の相似比を $a : 1$,

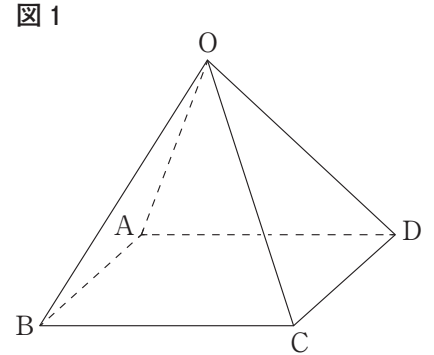
$GF = b$ cm とするとき, $HD : IF = ab : \frac{\text{ }}{2}$ である。

4 赤坂さんと永田さんは山間部でのみかん栽培において、収穫したみかんを農業用モノレールで運搬するためのレールをどのように敷くかについて、右の図1のような山の模型をもとに話をしている。

図1に示した立体O-ABCDは、底面ABCDが1辺の長さ x cmの正方形で、 $OA = OB = OC = OD = 10$ cmの正四角すいであり、 $\angle BOC = y^\circ$ とする。

ただし、山の地面からレールを敷く際の高さについては考えないことにする。

2人の会話文を読んであとの問いに答えよ。



永田さん：まずは山の高さに相当する線分の長さについて考えてみようか。

赤坂さん：そうだね。それは大切なことだね。四角形ABCDの2つの対角線の交点をHとし、頂点Oと点Hを結んだ場合を考えると、線分OHの長さが山の高さに相当するね。

永田さん：線分OHの長さは x を用いた式で (1) cmと表すことができるね。

赤坂さん：線分OHの長さがだんだん短くなると、 (2) なり、 (3) なるね。

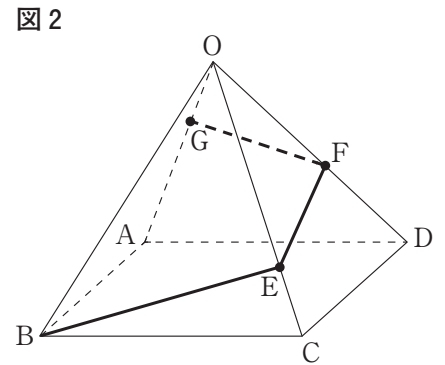
永田さん：なるほどね。次にレールの長さが最短となるルートについて考えてみようか。

赤坂さん：ルートを考えるうえでは途中通過しないといけない集積場所があるよ。図1の模型を用いて考えてみようか。

【赤坂さんが考えたルート】

右の図2は、図1において、辺OC上の点をE、辺OD上の点をF、辺OA上の点をGとし、頂点Bと点E、点Eと点F、点Fと点Gをそれぞれ結び、BE + EFの長さが最小で、かつFGの長さが最小である場合を表している。

線分BE、線分EF、線分FGがレールを表し、点E、点F、点Gが集積場所を表している。頂点Bから出発し、線分BE、線分EF、線分FGを通り、点Gに到着するB → E → F → Gというルートを考える。



赤坂さん： $y = 60$ のとき、BE + EFの最小の長さが14 cmになったよ。

永田さん：BE + EFの長さが最小で、かつFGの長さが最小となるとき、線分OFの長さは (4) cmとなるね。

赤坂さん：ところで、農業用モノレールは、どれくらい急な斜面を運搬することができるのかな。

図1の模型を用いて考えてみようか。

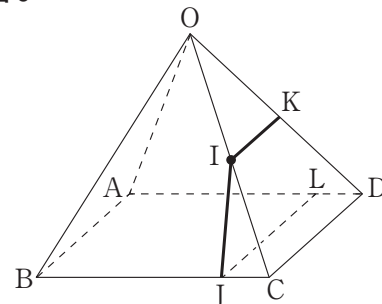
【赤坂さんが考えたルート】

右の図3は、図1において、辺OC上の点をI、点Iから辺BCに垂線を引き、辺BCとの交点をJ、点Iを通り辺CDに平行な直線と辺ODとの交点をK、点Jを通り辺CDに平行な直線を引き、辺ADとの交点をLとした場合を表している。

∠IJLの大きさを斜面の傾斜角度と呼ぶことにする。

点Jを出発し、線分JI、線分IKを通り、点Kに到着するJ→I→Kというルートを考える。

図3



赤坂さん：傾斜角度が45°のときが農業用モノレールがみかんを運搬できる最大の角度のようだよ。

永田さん：傾斜角度が45°で、BJ:JC = 3:1のとき、JI + IKの長さは cm となるね。

赤坂さん：頂点Bと点Iを結んだときのB→Iというルートの距離より、J→Iというルートの距離の方が短いけど、J→Iというルートがみかんを運搬できる最大の傾斜角度ということだね。

〔問1〕 次の(1), (2)に答えよ。

(1) に当てはまる x の式として正しいものを次のア～エのうちから1つ選び、解答欄に書いてあるア～エの記号を○で囲め。

ア $\sqrt{100 - \frac{x^2}{4}}$ イ $\sqrt{100 - \frac{x^2}{2}}$ ウ $\sqrt{100 - \frac{3}{4}x^2}$ エ $\sqrt{100 - x^2}$

(2) と に当てはまる言葉として最も適切な組み合わせを次のア～エのうちから1つ選び、解答欄に書いてあるア～エの記号を○で囲め。

	(2)	(3)
ア	x の値は小さく	y の値も小さく
イ	x の値は小さく	y の値は大きく
ウ	x の値は大きく	y の値は小さく
エ	x の値は大きく	y の値も大きく

〔問2〕 に当てはまる数を答えよ。

〔問3〕 に当てはまる数を答えよ。

8
目
目

卷
女

守