数　　学

注　　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，7 ページにわたって印刷してあります。
　また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は 50 分で，終わりは**午前 11 時 00 分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　答えは全て解答用紙に**ＨＢ又はＢの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，**根号の中を最も小さい自然数にしなさい**。

6　答えは解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　答えを直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい答えを書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については，**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

1 次の各問に答えよ。

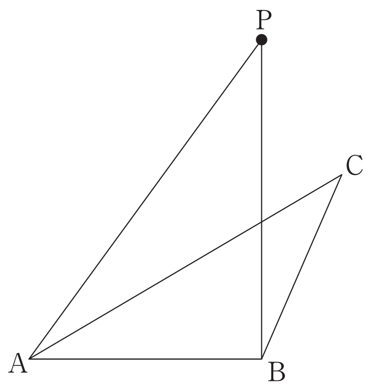
〔問 1〕 $(\sqrt{5}-3\sqrt{3})(2\sqrt{5}+5\sqrt{3})-\dfrac{\sqrt{32}-\sqrt{30}}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

〔問 2〕 $2027\times2024-2025^2$ を計算せよ。

〔問 3〕 1から6までの目が出る大小1つずつのさいころを同時に1回投げる。
大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とするとき，
$a>b$ が成り立ち，$(a+1)^2-(b+1)^2$ が3の倍数となる確率を求めよ。
ただし，大小2つのさいころはともに，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

〔問 4〕 y は x に反比例し，$x=2$ のとき $y=12$ である。
この反比例のグラフ上に，x 座標と y 座標がともに整数である点は全部で何個あるか。

〔問 5〕 右の図で，点Pは△ABCの外部にある点で，
∠ACB＝∠APB，∠ABP＝90°である。
解答欄に示した図をもとにして，点Pを1つ，定規とコンパスを用いて作図によって求め，点Pの位置を示す文字Pも書け。
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



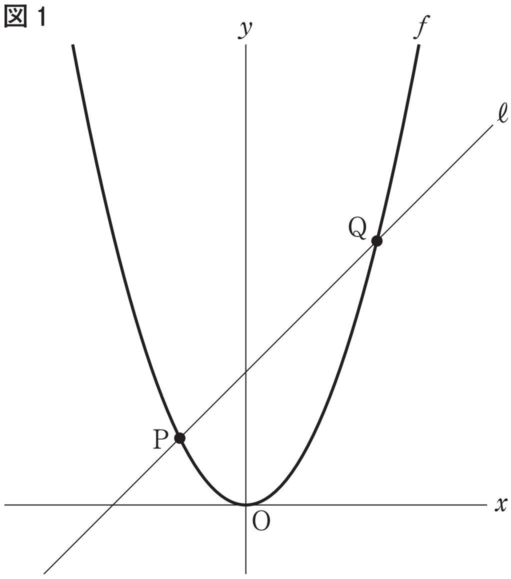
2 右の**図1**で，点Oは原点，曲線 f は関数 $y=x^2$ のグラフを表している。

点P，点Qは，ともに曲線 f 上にあり，点Pの x 座標は点Qの x 座標より小さい。

2点P，Qを通る直線を ℓ とする。

点Oから点(1，0)までの距離，および点Oから点(0，1)までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

図1



〔問1〕 PQ = 10 cm の場合を考える。
次の(1)，(2)に答えよ。

(1) 点Oと点P，点Oと点Qをそれぞれ結んだ場合を考える。
直線 ℓ が x 軸と平行であるとき，△OQPの面積は何 cm^2 か。

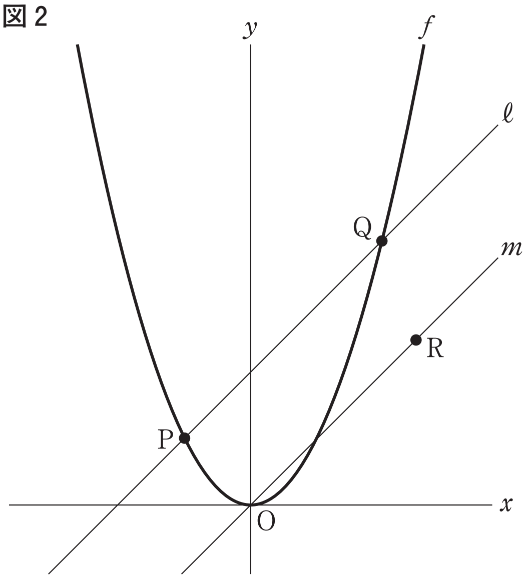
(2) 直線 ℓ の傾きが2のとき，点Pの x 座標を求めよ。
ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

〔問2〕　右の**図2**は，**図1**において，一次関数 $y = x$ のグラフを表す直線を m，直線 m 上にある点をRとした場合を表している。

点Pと点R，点Qと点Rをそれぞれ結び，PR＋RQ＝a cmとした場合を考える。

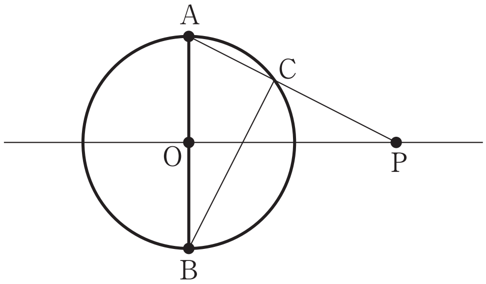
点Pの x 座標が-1で，$\ell \parallel m$ のとき，a の値が最も小さくなるときの a の値を求めよ。

図2



3　右の**図 1** で，点 O は線分 AB を直径とする円の中心である。
線分 AB の垂直二等分線上で，円 O の外部にある点を P とし，点 A と点 P を結ぶ。
線分 AP と円 O との交点を C とし，点 B と点 C を結ぶ。
次の各問に答えよ。

図 1

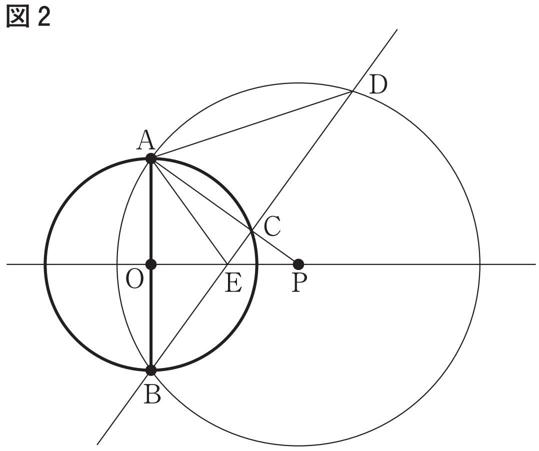


〔問 1〕　OA ＝ 3 cm，AP ＝ 6 cm のとき，△ABC の面積は何 cm^2 か。

〔問2〕 右の**図2**は，**図1**において，点Pを中心とし，2点A，Bを通る円をかき，2点B，Cを通る直線と円Pとの交点のうち，点Bと異なる点をD，線分BCと線分OPとの交点をEとし，点Aと点D，点Aと点Eをそれぞれ結んだ場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図2



(1) △ABD ∽ △EBA であることを証明せよ。

(2) OA = 1 cm，AD = DE のとき，線分AEの長さは何cmか。

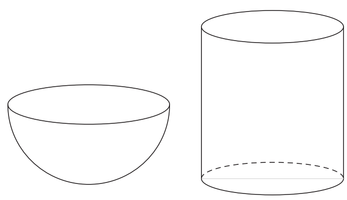
4 中学生の永田さんと赤坂さんは，放課後に先生と話をしている。
次の会話を読んで，あとの各問に答えよ。
ただし，円周率は π とする。

先生：　次の図を使って，容器に入っている水の体積について考えてみましょう。

【先生が示した図】

右の**図1**で，容器Aは，半径 r cm の半球である。
容器Bは，半径 r cm，高さ $2r$ cm の円柱であり，2つの円の中心を結んでできる線分は，底面に垂直である。
容器は水平な台の上に置いてあり，容器の厚みは考えないものとする。

図1

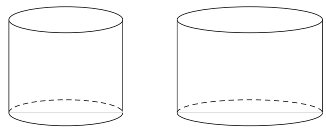


先生：　容器Aいっぱいに水が入っているとします。
この水の量を半分にするためには，どのような方法がありますか。
永田さん：容器Aの水を容器Bに移し替えたらできそうだよ。
赤坂さん：そうだね。容器Aの水をすべて容器Bに移すと，台から水面までの高さが $\boxed{①}$ cm になるね。
容器Bで，台から水面までの高さが半分になるように容器Aに水を戻せば，元の水の量を半分にできるよ。
先生：　いい考えですね。
他にも容器Aの水の量を半分にする方法はありませんか。
ここからは，$r = 10$ とした場合を考えてみましょう。
赤坂さん：別の物体を容器Aに入れて，半分の水の量をあふれさせることができますね。
先生：　では，次の図のように円柱のおもりを容器Aに沈めてみましょう。

【先生が示した円柱のおもりと円柱のおもりの沈め方の図】

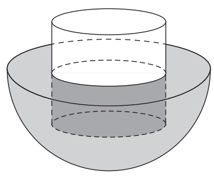
右の**図2**で，おもりCは，半径6 cm，高さ10 cm の円柱で，おもりDは，半径8 cm，高さ10 cm の円柱であり，おもりC，おもりDにおいて，2つの円の中心を結んでできる線分は，底面に垂直である。

図2



右の**図3**のように，円柱のおもりを容器Aに沈めるときは，円柱の底面を水面と平行に保ったまま静かに沈める。

図3
円柱のおもりの沈め方



赤坂さん：あふれ出す水の体積が最も大きくなるようにおもりCを容器Aに沈めたとき，おもりCの水に入っている方の底面から水面までの高さは $\boxed{②}$ cmだから，容器Aにはまだ半分以上の水が残ってしまうね。おもりDはどうかな。

永田さん：あふれ出す水の体積が最も大きくなるようにおもりDを容器Aに沈めたとき，$\boxed{③}$ π cm^3 の水があふれるね。

おもりDの水に入っている方の底面から水面までの高さが $\boxed{④}$ cmになったとき，容器Aの水を半分にできるよ。

〔問1〕 $\boxed{①}$ に当てはまる式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア $\dfrac{1}{6}r$　　**イ** $\dfrac{1}{3}r$　　**ウ** $\dfrac{2}{3}r$　　**エ** $\dfrac{4}{3}r$

〔問2〕 $\boxed{②}$ に当てはまる数を答えよ。

〔問3〕 $\boxed{③}$ に当てはまる数を答えよ。

〔問4〕 $\boxed{④}$ に当てはまる数を答えよ。

数

学