3ー八

数　学

数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，3ページから9ページにわたって印刷してあります。また，解答用紙は両面に印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時10分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に**HB又はBの鉛筆（シャープペンシルも可）**を使って明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい自然数にしなさい。

6　解答用紙の決められた欄から**はみ出さないように書きなさい**。

7　解答を直すときは，きれいに消してから，消しくずを残さないようにして，新しい解答を書きなさい。

8　**受検番号**を解答用紙の表面と裏面の決められた欄に書き，表面については**その数字の ◯ の中を正確に塗りつぶしなさい**。

9　解答用紙は，汚したり，折り曲げたりしてはいけません。

— 計算用紙 —

— 計算用紙 —

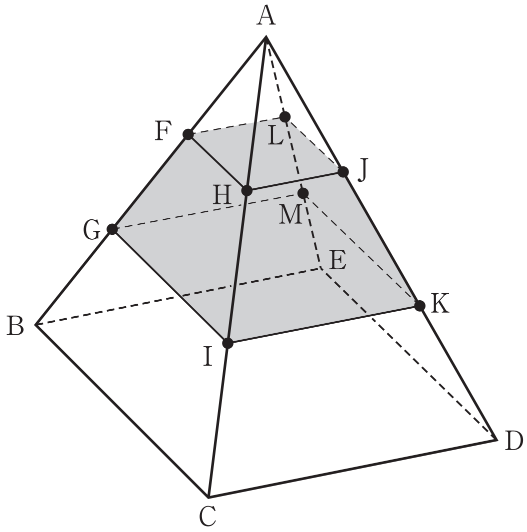
1　次の各問に答えよ。

〔問 1〕 $\left(\dfrac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{2}}\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3}\right)$ を計算せよ。

〔問 2〕 2 次方程式　$4(x-1)^2+5(x-1)-1=0$　を解け。

〔問 3〕 右の**図 1** のように，頂点が A，底面が一辺の長さ 5 cm の正方形 BCDE で，高さが 6 cm の正四角すいがある。
　辺 AB を 3 等分する点を，頂点 A に近い方から順に F，G とする。
　同様に，辺 AC，AD，AE をそれぞれ 3 等分する点を，頂点 A に近い方から順に H，I，J，K，L，M とし，4 点 F，H，J，L，F をこの順に結び，4 点 G，I，K，M，G をこの順に結ぶ。
　立体 FHJL－GIKM の体積は何 cm^3 か。

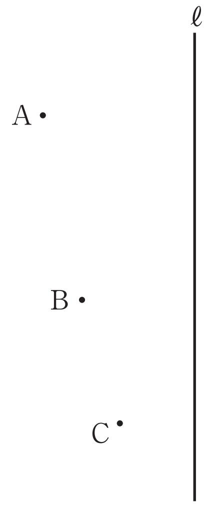
図 1



〔問 4〕 1，2，4，8 の数字を 1 つずつ書いた 4 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{4}$，$\boxed{8}$ がそれぞれ入った 2 つの袋 A，B がある。
　袋 A，B から同時に 1 枚ずつカードを取り出す。
　取り出した 2 枚のカードに書いてある数の和が 4 の倍数になる確率を求めよ。
　ただし，2 つの袋 A，B のそれぞれにおいて，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

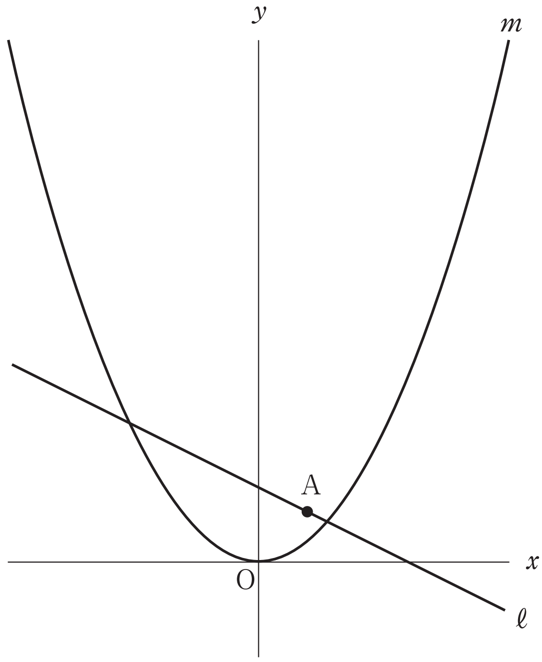
〔問 5〕 右の**図 2** のように，直線 ℓ と直線 ℓ 上にない 3 点 A, B, C がある。
　解答欄(かいとうらん)に示した図をもとにして，直線 ℓ 上にある 2 点 P, Q に対して，$m=\mathrm{AP}+\mathrm{PB}+\mathrm{BQ}+\mathrm{QC}$ とするとき，m の値(あたい)が最も小さくなる 2 点 P, Q を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，2 点 P, Q の位置を示す文字 P, Q も書け。
　ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 2



2　右の**図1**で，点Oは原点，曲線 m は関数 $y=ax^2$（$a>0$）のグラフ，直線 ℓ は1次関数 $y=bx+c$（$b<0$）のグラフを表している。
点Aは直線 ℓ 上にあり，座標は（1, 1）である。
次の各問に答えよ。

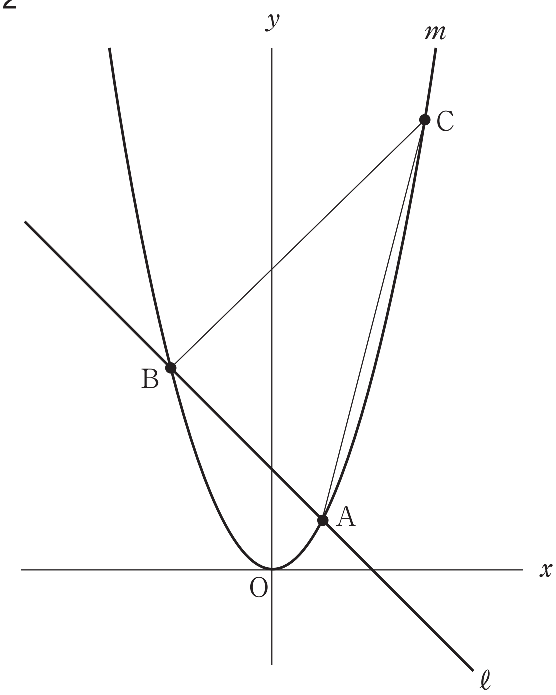
図1



〔問1〕　x の変域 $-5 \leqq x \leqq 3$ に対する，関数 $y=ax^2$ の y の変域と1次関数 $y=bx+c$ の y の変域が一致（いっち）するとき，a，b の値をそれぞれ求めよ。

〔問2〕　右の**図2**は，**図1**において，$a=1$ とし，直線 ℓ が曲線 m 上にある点B（-2, 4）を通り，曲線 m 上にある点をC（3, 9）とし，点Aと点C，点Bと点Cをそれぞれ結んだ場合を表している。
次の⑴，⑵に答えよ。

図2

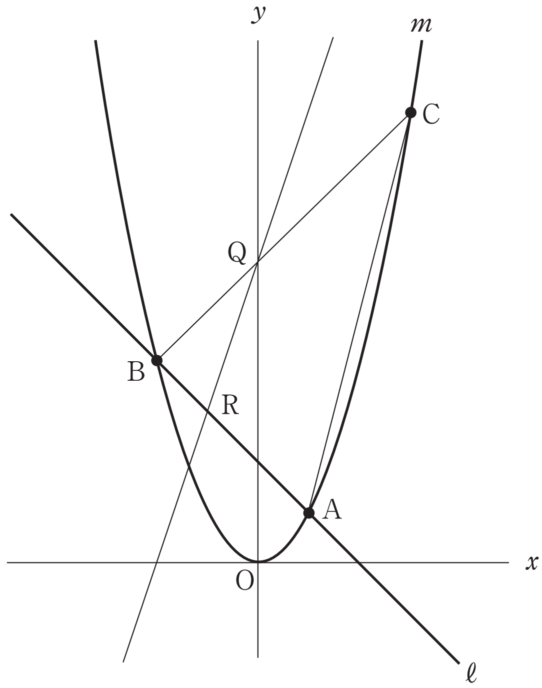


⑴　2点O，Cを通る直線OCと直線 ℓ との交点をPとした場合を考える。
点Pを通り，△ABCの面積を二等分する直線の式を求めよ。
ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

(2) 右の**図 3** は，**図 2** において，
線分 BC と y 軸との交点を Q
とし，点 Q を通り，
2 点 O，C を通る直線 OC
に平行な直線を引き，
直線 ℓ との交点を R とした
場合を表している。

△ ABC の面積は △ BQR の面積の何倍か。

図 3



3 右の**図1**で，△ABCは，AB = AC，∠BAC < 60°の二等辺三角形であり，点Oは3つの頂点A，B，Cを通る円の中心である。

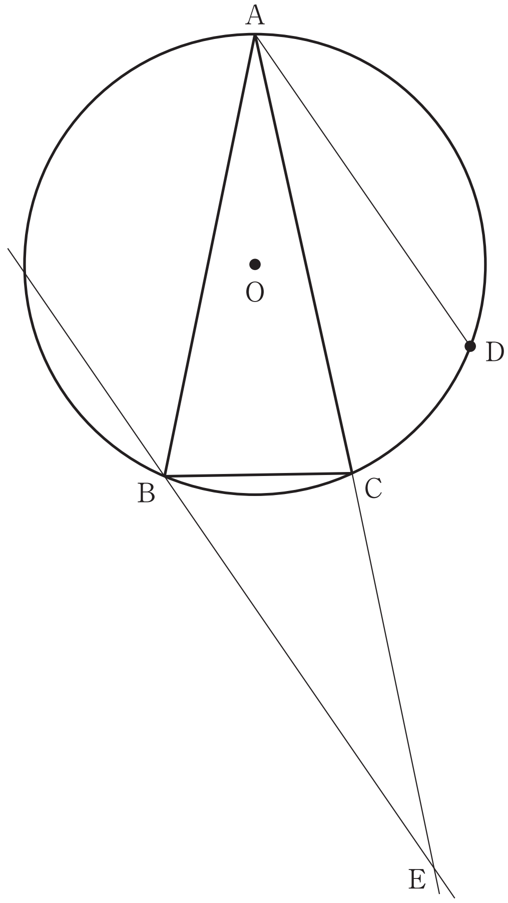
点Dは，頂点Bを含まない$\overset{\frown}{AC}$上にあり，∠BAC = ∠DACとなる点である。

頂点Aと点Dを結ぶ。

頂点Bを通り，線分ADに平行に引いた直線と，辺ACをCの方向に延ばした直線との交点をEとする。

次の各問に答えよ。

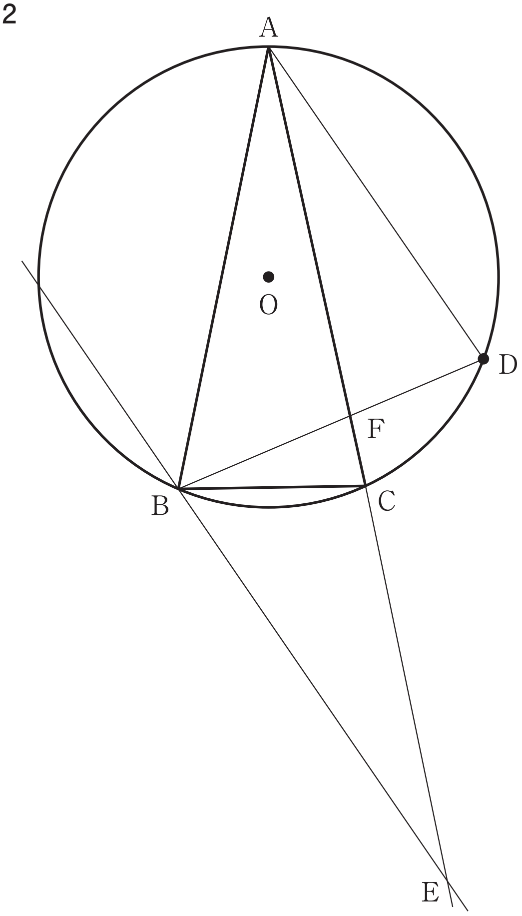
図1



〔問1〕 ∠BAC = a°とするとき，
∠CBEの大きさを
aを用いた式で表せ。

〔問 2〕　右の**図 2** は，**図 1** において，
頂点 B と点 D を結び，
線分 BD と辺 AC との交点
を F とした場合を表している。
次の (1)，(2) に答えよ。

図 2



(1)　△ABF ≡△EBC であることを証明せよ。

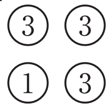
(2)　AD = 21 cm，BC = 10 cm のとき，辺 AB の長さは何 cm か。

4　右の**図1**は，1個の白い球を置き，置いた球の個数に等しい1番目の奇数1を白い球に書いた場合を表している。

図1

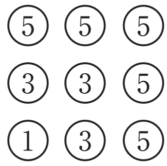
　右の**図2**は，**図1**において，1と書かれた球の上側と右側，右斜め上側に，縦の球の個数と横の球の個数が等しくなるように白い球を並べ，並べた個数に等しい2番目の奇数3を白い球に書いた場合を表している。

図2



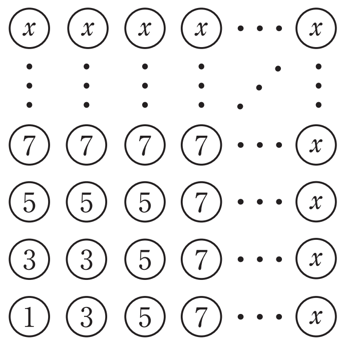
　右の**図3**は，**図2**において，3と書かれた球の上側と右側，右斜め上側に，縦の球の個数と横の球の個数が等しくなるように白い球を並べ，並べた個数に等しい3番目の奇数5を白い球に書いた場合を表している。

図3



　右の**図4**は，**図3**において，5と書かれた球の上側と右側，右斜め上側に，縦の球の個数と横の球の個数が等しくなるように白い球を並べ，並べた個数に等しい4番目の奇数7を白い球に書き，この操作を，同様の規則によって，1から数えてn番目の奇数が書かれた球が現れるまで繰り返し，n番目の奇数をxとした場合を表している。

図4



　次の各問に答えよ。

〔問1〕　並べた球の総数が784個となるとき，xの値を求めよ。

〔問 2〕 右の**図 5** は，**図 4** において，
x と書かれた球以外の球を，
何も書かれていない白い球に交換し，
何も書かれていない白い球全体を
点線で囲んだ場合を表している。

ここで，

$$x = 3^2 = 9$$

とした場合を考える。$9 = 4 + 5$ であり，
何も書かれていない白い球の個数は 4^2 個，
球の総数は 5^2 個であるから，

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

が成り立つことがわかる。

また，

$$x = 5^2 = 25$$

とした場合を考える。$25 = 12 + 13$ であり，
何も書かれていない白い球の個数は 12^2 個，
球の総数は 13^2 個であるから，

$$5^2 + 12^2 = 13^2$$

が成り立つことがわかる。

さらに，

$$x = 7^2 = 49$$

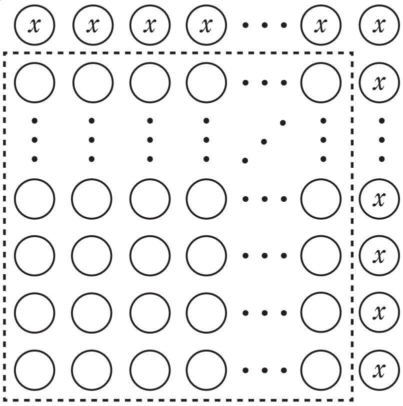
とした場合を考える。$49 = 24 + 25$ であり，
何も書かれていない白い球の個数は 24^2 個，
球の総数は 25^2 個であるから，

$$7^2 + 24^2 = 25^2$$

が成り立つことがわかる。

そこで，次の性質 P について考える。

図 5



性質 P

$$a^2 + b^2 = c^2$$

ただし，a は 3 以上の奇数，b と c は 3 より大きい連続する 2 つの整数

次の (1)，(2) に答えよ。

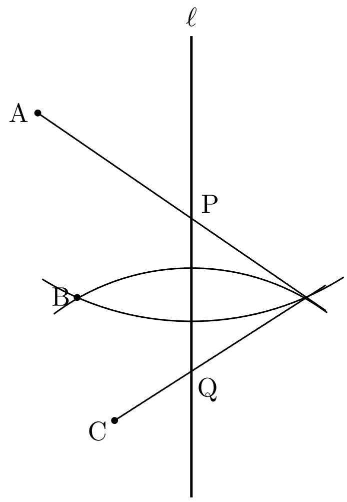
(1) $a = 123$ のとき，性質 P を満たす b，c の値をそれぞれ求めよ。

(2) $a = 2n + 1$（ただし，n は正の整数）のとき，性質 P を満たす b，c を
n を用いた式で表し，等式 $a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つことを示せ。
ただし，解答欄には，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，
途中の式や計算なども書け。

正答表　数学　(3 − 八)

解　答　用　紙

1		点
〔問 1〕	$-\frac{1}{3}$	5
〔問 2〕	$\frac{3 \pm \sqrt{41}}{8}$	5
〔問 3〕	$\frac{350}{27}$ cm^3	5
〔問 4〕	$\frac{5}{16}$	5
〔問 5〕解答例		5



数　学

2			点
〔問 1〕	$a=\frac{4}{25}$　，$b=-\frac{1}{2}$		7
〔問 2〕解答例	(1)	【　途中の式や計算など　】	10

2 点 A(1, 1)，B(−2, 4) を通る
直線 ℓ の式は $y=-x+2$ である。

直線 OC の式は $y=3x$ であるから，
直線 OC と直線 ℓ との交点 P は，

$$3x=-x+2 \quad \text{より，} \quad x=\frac{1}{2}$$

点 P の座標は $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ である。

辺 AB の中点を M とすると，

点 M の座標は $\left(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right)$ である。

直線 BC の式は $y=x+6$ であり，

点 M を通り，OC に平行な直線 $y=3x+4$ と

BC との交点を N とすると，

$$x+6=3x+4 \quad \text{より，} \quad x=1$$

点 N の座標は (1, 7) である。

求める直線は，2 点 P，N を通るから

$$y=11x-4$$

(答え)　$y=$　$11x-4$

〔問 2〕	(2)	$\frac{15}{2}$　倍	8

$\boxed{3}$			点
〔問 1〕	$\left(\dfrac{180-3a}{2} \right)$ 度		7
〔問 2〕解答例	(1)	【 証 明 】	10

△ABF と △EBC において,
仮定より,

$\angle \mathrm{BAF} = \angle \mathrm{CAD}$ ・・・①

AD//BE より, 錯角が等しいので,

$\angle \mathrm{CAD} = \angle \mathrm{BEC}$ ・・・②

①, ② より　$\angle \mathrm{BAF} = \angle \mathrm{BEC}$ ・・・③

2 つの角が等しいので,

△ABE は二等辺三角形であるから,

AB=EB ・・・④

また, △ABC は二等辺三角形であるから,

$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{ACB}$

よって,

$\angle \mathrm{ABF} = \angle \mathrm{ABC} - \angle \mathrm{FBC}$

$= \angle \mathrm{ACB} - \angle \mathrm{FBC}$ ・・・⑤

$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ に対する円周角は等しいので, $\angle \mathrm{DBC} = \angle \mathrm{CAD}$

② より,

$\angle \mathrm{FBC} = \angle \mathrm{DBC} = \angle \mathrm{CAD} = \angle \mathrm{BEC}$ ・・・⑥

⑤, ⑥ より,

$\angle \mathrm{ABF} = \angle \mathrm{ACB} - \angle \mathrm{FBC}$

$= \angle \mathrm{ACB} - \angle \mathrm{BEC} = \angle \mathrm{EBC}$

よって,　$\angle \mathrm{ABF} = \angle \mathrm{EBC}$ ・・・⑦

③, ④, ⑦ より,

1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから,

△ABF≡ △EBC

〔問 2〕	(2)	25 cm	8

$\boxed{4}$			点
〔問 1〕	$x =$ 55		7
〔問 2〕	(1)	$b = 7564$, $c = 7565$	8
〔問 2〕解答例	(2)	【 途中の式や計算など 】	10

$$a^2 = (2n+1)^2$$
$$= 4n^2 + 4n + 1$$
$$= (2n^2 + 2n) + (2n^2 + 2n + 1)$$

そこで,

$$b = 2n^2 + 2n$$
$$c = 2n^2 + 2n + 1$$

とおくと,

$$c + b = a^2$$
$$c - b = 1$$

したがって,

$$c^2 - b^2 = (c+b)(c-b) = a^2 \times 1 = a^2$$

ゆえに,

$$a^2 + b^2 = c^2$$

が成り立つ。