

数 学

31
—
八

数

学

注 意

- 1 問題は **1** から **4** までで、3 ページから 9 ページにわたって印刷してあります。
- 2 検査時間は 50 分で、終わりは午前 11 時 00 分です。
- 3 声を出して読んではいけません。
- 4 解答は全て解答用紙に明確に記入し、**解答用紙だけを提出**しなさい。
- 5 答えに根号が含まれるときは、**根号を付けたまま、分母に根号を含まない形で表し**なさい。また、根号の中は最も小さい自然数にしなさい。
- 6 解答を直すときは、きれいに消してから、新しい解答を書きなさい。
- 7 **受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

1

次の各問に答えよ。

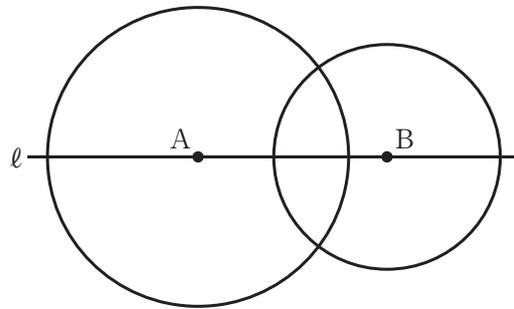
〔問 1〕 $\frac{\sqrt{32} - 4\sqrt{5}}{\sqrt{2}} - (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$ を計算せよ。

〔問 2〕 連立方程式 $\begin{cases} x - 4y = 8 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{5} = 1 \end{cases}$ を解け。

〔問 3〕 2次方程式 $(x+2)^2 - 8(x+2) + 9 = 0$ を解け。

- 〔問 4〕 1 から 6 までの目が出る大小 1 つずつのさいころを同時に 1 回投げる。
 このとき、2 つのさいころの出た目の数の和が 2 または 3 で割り切れる確率を求めよ。
 ただし、大小 2 つのさいころはともに、1 から 6 までのどの目が出ることも
 同様に確からしいものとする。

- 〔問 5〕 右の図のように、
 直線 ℓ 上に中心 A, B があり、
 半径の比が 4 : 3 である
 2 つの円 A, B がある。
 解答欄に示した図をもとに
 して、線分 AB 上にあり、
 $AP : PB = 4 : 3$ となる点 P を、
 定規とコンパスを用いて
 作図によって求め、
 点 P の位置を示す文字 P も書け。
 ただし、作図に用いた線は
 消さないでおくこと。

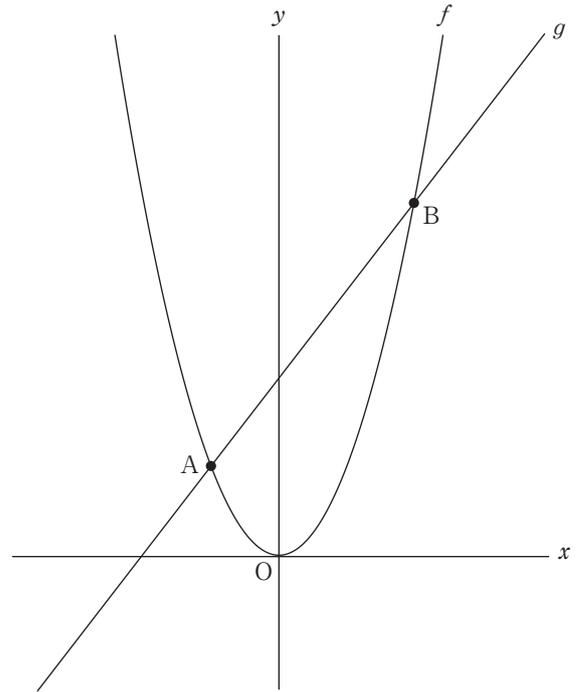


2

右の図1で、点Oは原点、
 曲線 f は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ、
 直線 g は $y = ax + b$ ($b > 0$) のグラフを
 表している。

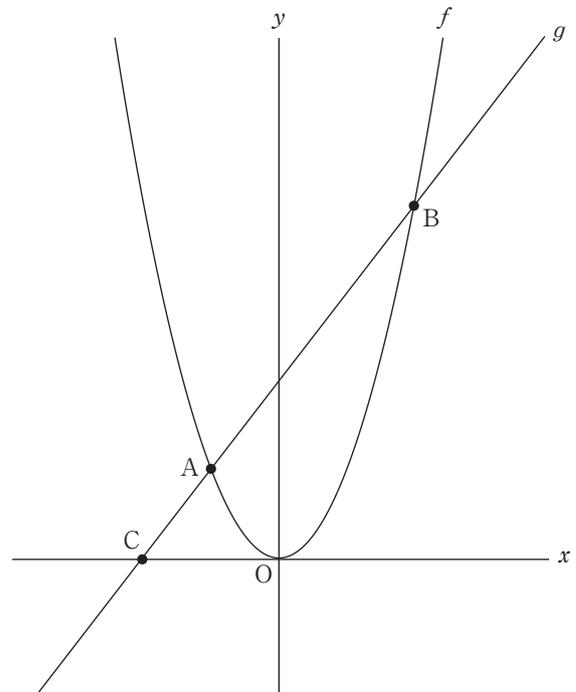
曲線 f と直線 g との交点のうち、
 x 座標が負の数である点をA、
 正の数である点をBとすると、
 次の各問に答えよ。

図1



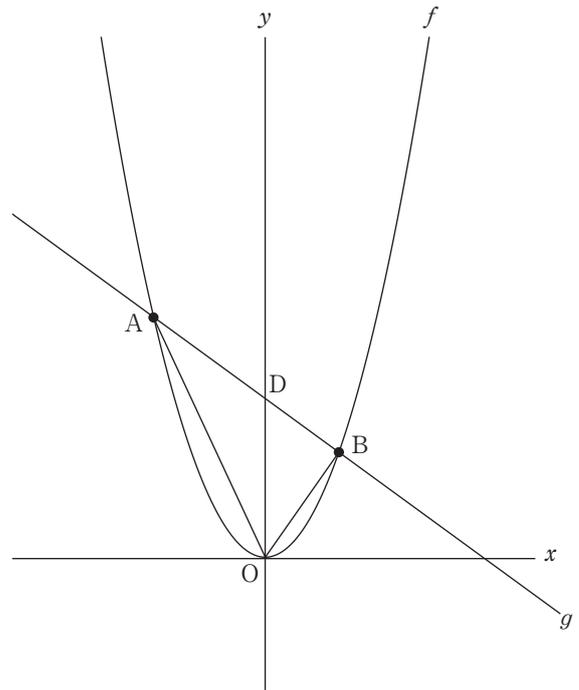
[問1] 右の図2は、図1において、
 直線 g と x 軸との交点をCとし、
 点Aの x 座標を -2 とした
 場合を表している。
 $CA : AB = 1 : 3$ のとき、
 点Bの座標を求めよ。

図2



[問2] 右の図3は、図1において、
 点Oと点A、点Oと点Bをそれぞれ
 結び、直線 g と y 軸との交点をD
 とした場合を表している。
 次の(1)、(2)に答えよ。

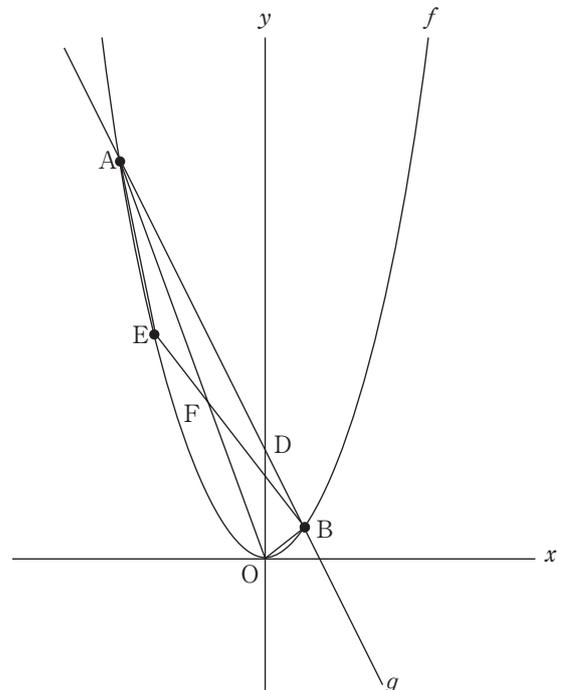
図3



(1) 点Dの座標が(0, 4),
 $\triangle OAD$ と $\triangle OBD$ の面積比が
 4:3となるとき,
 直線 g の式を求めよ。
 ただし、答えだけでなく、
 答えを求める過程が分かるように、
 途中の式や計算なども書け。

(2) 右の図4は、図3において、
 点Aの x 座標が-4,
 点Bの x 座標が1であるとき、
 曲線 f 上にあり x 座標が
 -4より大きく0より小さい点を
 Eとし、点Aと点E、点Bと点Eを
 それぞれ結び、線分AOと線分BE
 の交点をFとした場合を
 表している。
 $\triangle AEF$ と $\triangle BOF$ の面積が
 等しいとき、 $\triangle BOF$ の面積は
 何 cm^2 か。
 ただし、原点から点(1, 0)までの
 距離、および点(0, 1)までの距離を
 それぞれ1 cm とする。

図4



3

右の図1は、円Oの周上にある異なる5点A, B, C, D, Eを各頂点とする五角形ABCDEを表している。

AB = AE のとき、次の各問に答えよ。

〔問1〕 図1において、

AB = BC = CD = DE のとき、
 $\angle BAE$ の大きさは何度か。

〔問2〕 右の図2は、図1において、

頂点Aと頂点C,
 頂点Bと頂点E,
 頂点Cと頂点Eを
 それぞれ結び、
 線分ACと線分BEの
 交点をFとし、
 線分AEをEの方向へ
 伸ばした直線と
 線分CDをDの方向へ
 伸ばした直線との
 交点をGとした場合を
 表している。

BE // CD のとき、
 $\triangle ABF \sim \triangle CGE$ であることを
 証明せよ。

図1

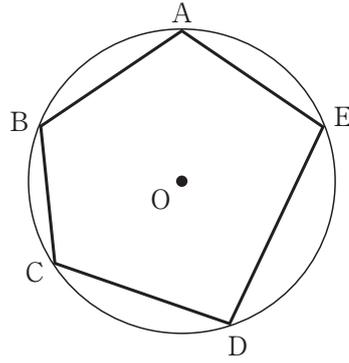
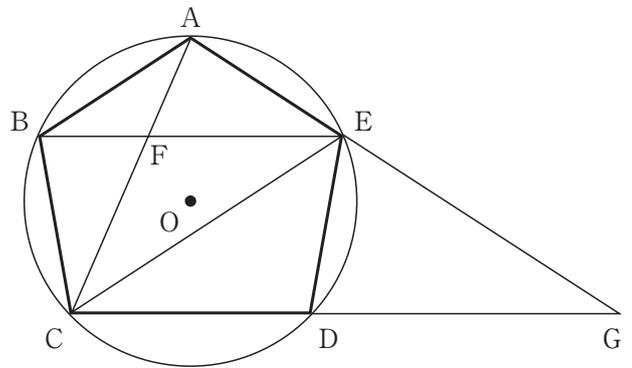


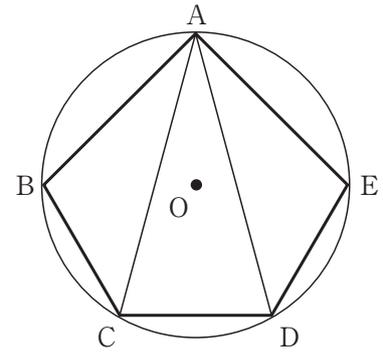
図2



[問 3] 右の図 3 は, 図 1 において, 頂点 A と頂点 C, 頂点 A と頂点 D をそれぞれ結び, $AB = 4\text{cm}$, $BC = CD = DE$, $\angle CAD = 30^\circ$ とした場合を表している。

五角形 ABCDE の面積は何 cm^2 か。

図 3



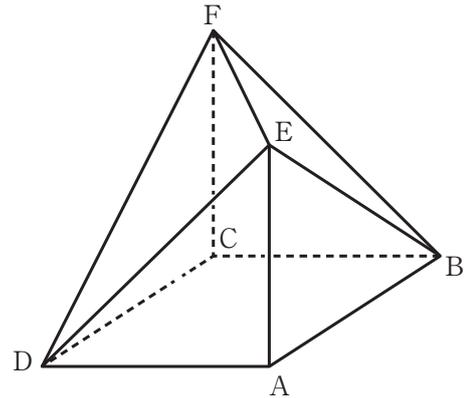
4

右の図1に示した立体 ABCDEF は,
 $AB = BC = CD = AD = AE = CF = 2 \text{ cm}$,
 $DE = EF = DF = BE = BF$,
 $\angle EAD = \angle EAB = \angle FCB = \angle FCD = 90^\circ$
 の七面体である。

次の各問に答えよ。

[問1] 立体 ABCDEF の体積は何 cm^3 か。

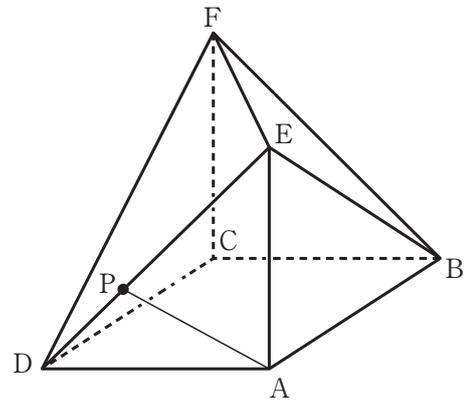
図1



[問2] 右の図2は、図1において、
 辺 DE 上にある点を P とし、
 頂点 A と点 P を結んだ場合を
 表している。

次の (1), (2) に答えよ。

図2

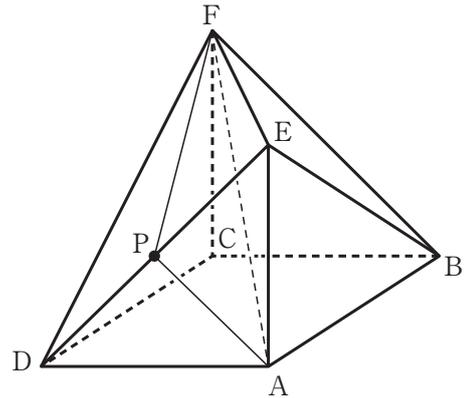


- (1) 右の図3は、図2において、
 点Pが辺DEの中点であるとき、
 頂点Aと頂点F、頂点Fと点Pを
 それぞれ結んだ場合を表している。

$\triangle AFP$ の面積は何 cm^2 か。

ただし、解答欄には、答えだけでなく、
 答えを求める過程が分かるように、
 途中の式や計算なども書け。

図3



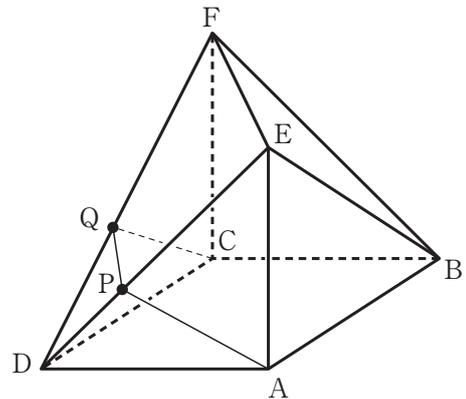
- (2) 右の図4は、図2において、
 辺DF上にある点をQとし、
 点Pと点Q、点Qと頂点Cをそれぞれ
 結んだ場合を表している。

ただし、点P、点Qはいずれも
 頂点Dに一致しない。

$AP + PQ + QC = \ell \text{ cm}$ とする。

ℓ の値が最も小さくなるとき、
 ℓ の値を求めよ。

図4



1		点
[問 1]	-3	5
[問 2]	$x = \frac{4}{3}, y = -\frac{5}{3}$	5
[問 3]	$2 \pm \sqrt{7}$	5
[問 4]	$\frac{2}{3}$	5
[問 5] 解答例		5

※ の欄には、記入しないこと

小計	1	小計	2	小計	3	小計	4
	25		25		25		25

2		点
[問 1]	(4 , 8)	7
[問 2] 解答例	(1) 【 途中の式や計算など 】	10
<p>△OAD : △OBD = 4 : 3 より AD : DB = 4 : 3 点 A , 点 B の x 座標はそれぞれ $-4t, 3t (t > 0)$ と表すことができ 点 A $(-4t, 8t^2)$, 点 B $(3t, \frac{9}{2}t^2)$ と表せる。 2点 A , B を通る直線 g の式は $y = mx + 4 \dots ①$ この直線が A $(-4t, 8t^2)$ を通る ことから, $8t^2 = -4tm + 4$ $2t^2 = -tm + 1 \dots ②$ 点 B $(3t, \frac{9}{2}t^2)$ を通ることから, $\frac{9}{2}t^2 = 3tm + 4 \dots ③$ ②×3+③より $\frac{21}{2}t^2 = 7$ $t^2 = \frac{2}{3}$ $t > 0$ より, $t = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ②へ代入して, $2 \times \frac{2}{3} = -\frac{\sqrt{6}}{3}m + 1$ より $m = -\frac{\sqrt{6}}{6}$ したがって, 直線 g の式は, ①より $y = -\frac{\sqrt{6}}{6}x + 4$</p>		
(答え) $y = -\frac{\sqrt{6}}{6}x + 4$		
[問 2]	(2) $\frac{15}{8} \text{ cm}^2$	8

3		点
[問 1]	108 度	7
[問 2] 解答例	【 証明 】	10
<p>△ABFと△CGEにおいて BE//CDより平行線の錯角は等しいから $\angle BEC = \angle ECG \dots ①$ BCに対する円周角は等しいから $\angle BAF = \angle BEC \dots ②$ ①,②より $\angle BAF = \angle ECG \dots ③$ また, AB=AEより $\angle ABF = \angle AEB \dots ④$ BE//CGより平行線の同位角は等しいから $\angle AEB = \angle EGC \dots ⑤$ ④,⑤より $\angle ABF = \angle CGE \dots ⑥$ ③,⑥より, 対応する2組の角がそれぞれ等しいから △ABF ∽ △CGE</p>		
[問 3]	$(8 + 6\sqrt{3}) \text{ cm}^2$	8

4		点
[問 1]	$\frac{16}{3} \text{ cm}^3$	7
[問 2] 解答例	(1) 【 途中の式や計算など 】	10
<p>点Pは辺DEの中点であり △AEDは直角二等辺三角形, △DEFは正三角形だから $AP = AE \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ $PF = DE \times \frac{\sqrt{3}}{2} = AE \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$ △AEFにおいて, 三平方の定理より $AF^2 = AE^2 + EF^2 = 2^2 + (2\sqrt{2})^2 = 12$ AF > 0より, AF = $2\sqrt{3}$ Pから直線AF上に引いた垂線をPHとし AH = x とすると, △PAHにおいて, 三平方の定理より $PA^2 = AH^2 + PH^2$ $PH^2 = PA^2 - AH^2 = 2 - x^2 \dots ①$ △PHFにおいて, 三平方の定理より $PF^2 = PH^2 + FH^2$ $PH^2 = PF^2 - FH^2 = 6 - (2\sqrt{3} - x)^2 \dots ②$ ①,②より, $2 - x^2 = 6 - (2\sqrt{3} - x)^2$ これを解いて, $x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ①より, $PH^2 = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$ PH > 0より, PH = $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ だから $\triangle AFP = \frac{1}{2} \times AF \times PH = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{2}$</p>		
(答え) $\sqrt{2} \text{ cm}^2$		
[問 2]	(2) $\ell = \sqrt{6} + \sqrt{2}$	8
合計得点		100
受検番号		