30－八

数　学

# 数　学

注　意

1　問題は $\boxed{1}$ から $\boxed{4}$ までで，3ページから9ページにわたって印刷してあります。

2　検査時間は50分で，終わりは**午前11時00分**です。

3　声を出して読んではいけません。

4　解答は全て解答用紙に明確に記入し，**解答用紙だけを提出しなさい**。

5　答えに根号が含まれるときは，**根号を付けたまま，分母に根号を含まない形で表しなさい**。また，根号の中は最も小さい整数にしなさい。

6　解答を直すときは，きれいに消してから，新しい解答を書きなさい。

7　**受検番号**を解答用紙の決められた欄に記入しなさい。

— 計算用紙 —

— 計算用紙 —

$\boxed{1}$　次の各問に答えよ。

〔問 1〕　$-\dfrac{24}{\sqrt{8}}-\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)^2$　を計算せよ。

〔問 2〕　連立方程式　$\begin{cases} 2x+y=5 \\ \dfrac{x}{25}+\dfrac{y}{100}=0 \end{cases}$　を解け。

〔問 3〕　2 次方程式　$2x^2-7x+4=0$　を解け。

〔問 4〕　1，2，3，4 の数字を 1 つずつ書いた 4 枚のカード $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$ が袋の中に入っている。

この袋の中から 1 枚のカードを取り出し，数字を確かめてから元に戻す。

この操作を 3 回繰り返す。

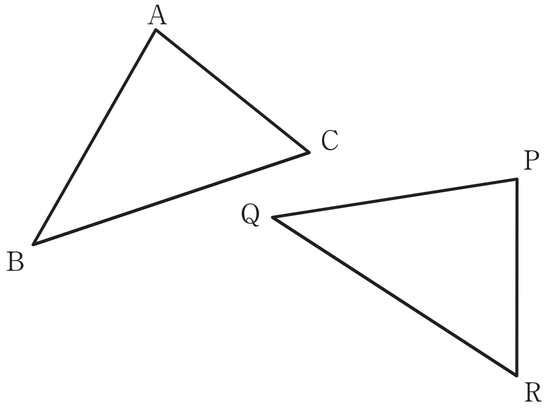
1 回目に取り出したカードに書いてある数字を $a$,
2 回目に取り出したカードに書いてある数字を $b$,
3 回目に取り出したカードに書いてある数字を $c$ とするとき，
$ab+c=10$ となる確率を求めよ。

ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

〔問 5〕　右の図で，△ABC と△PQR は合同な三角形であり，回転移動によって一方を他方に重ねることができる。

解答欄に示した図をもとにして，この回転移動の中心 O を，定規とコンパスを用いて作図によって求め，中心 O の位置を示す文字 O も書け。

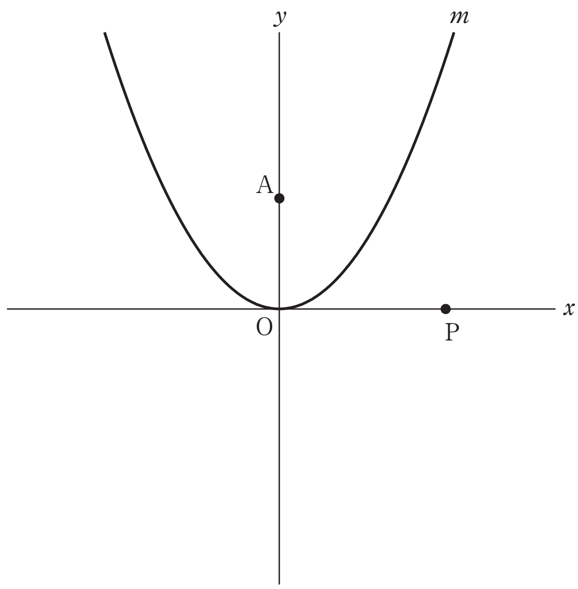
ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。



**2**　右の**図1**で，点Oは原点，曲線 $m$ は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを，点Aは，$y$ 軸上にあり $y$ 座標が正の数である点を，点Pは，$x$ 軸上にあり $x$ 座標が正の数である点を表している。

原点Oから点$(1, 0)$までの距離，および原点Oから点$(0, 1)$までの距離をそれぞれ1cmとして，次の各問に答えよ。

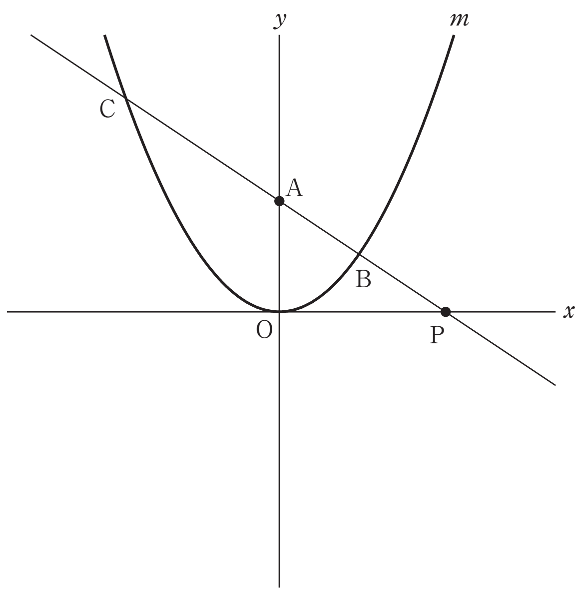
**図1**




〔問1〕　右の**図2**は，**図1**において，2点A，Pを通る直線を引き，その直線と曲線 $m$ との交点のうち，$x$ 座標が正の数である点および負の数である点をそれぞれB，Cとした場合を表している。

点Pの $x$ 座標が6，線分BCの長さが線分ABの長さの3倍であるとき，点Bの座標を求めよ。

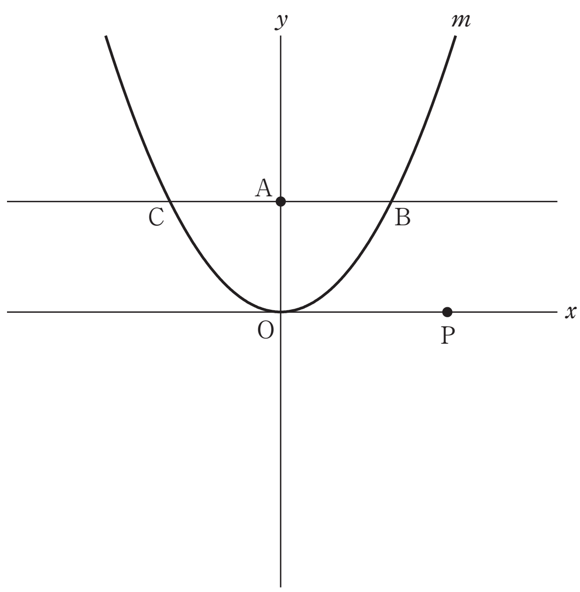
**図2**




〔問2〕　右の**図3**は，**図1**において，点Aを通り $x$ 軸に平行な直線を引き，その直線と曲線 $m$ との交点のうち，$x$ 座標が正の数である点および負の数である点をそれぞれB，Cとした場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

**図3**

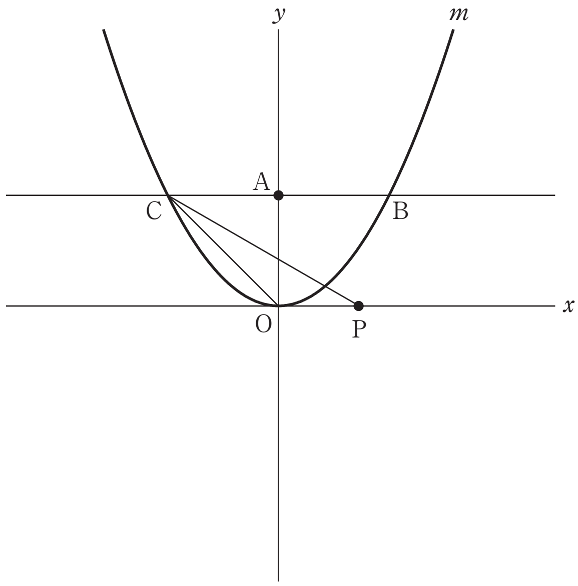


(1)　右の**図 4** は，**図 3** において，
点 A の $y$ 座標を 4 とし，
原点 O と点 C，点 C と点 P を
それぞれ結んだ場合を表している。

線分 BC の長さと線分 CP の長さが等しいとき，△OPC の面積を求めよ。

ただし，答えだけでなく，答えを求める過程が分かるように，途中の式や計算なども書け。

**図 4**

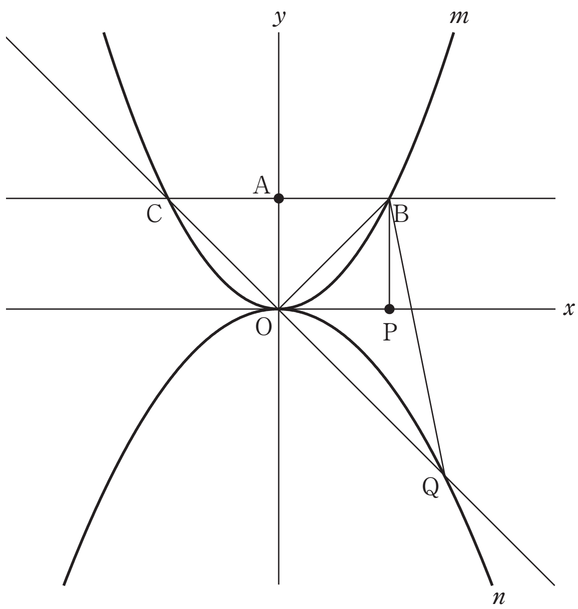



(2)　右の**図 5** は，**図 3** において，
点 A の $y$ 座標を 4 とし，
曲線 $n$ を関数 $y = kx^2$（$k < 0$）のグラフとした場合を表している。

原点 O と点 C を通る直線を引き，その直線と曲線 $n$ との交点のうち，原点 O と異なる点を Q とし，原点 O と点 B，点 B と点 P，点 B と点 Q をそれぞれ結んだ場合を考える。

点 P の $x$ 座標が 4，
△OPB の面積が，△OQB の面積の $\dfrac{1}{3}$ 倍であるとき，
$k$ の値を求めよ。

**図 5**



**3** 　右の**図 1** で，△ABC は，AB=AC，∠BAC が鋭角の二等辺三角形である。

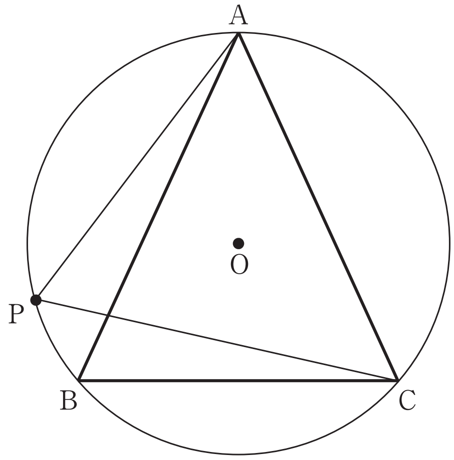
点 O は，△ABC の 3 つの頂点 A, B, C を通る円の中心である。

点 P は，頂点 C を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 上にある点で，頂点 A，頂点 B のいずれにも一致しない。

点 P と頂点 A，点 P と頂点 C をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

**図 1**

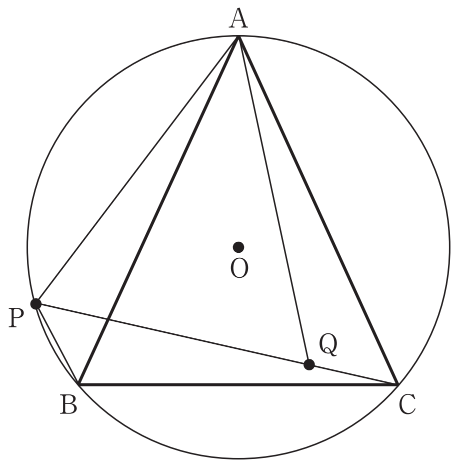



〔問 1〕 **図 1** において，∠BAC=50°，∠ACP=$a$° のとき，∠PABの大きさを $a$ を用いた式で表せ。

〔問 2〕 右の**図 2** は，**図 1** において，線分 CP 上にあり AP=AQ である点を Q とし，点 Q と頂点 A，点 P と頂点 B をそれぞれ結んだ場合を表している。

BP=CQ であることを証明せよ。

**図 2**

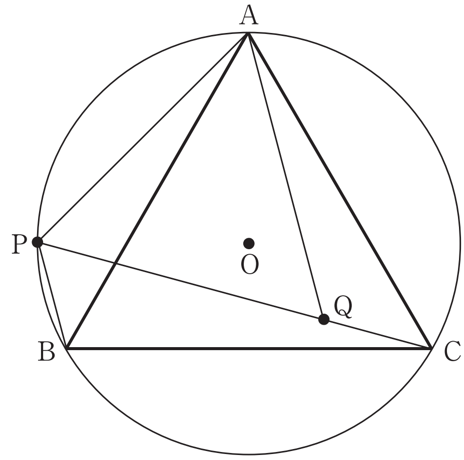


〔問 3〕　右の**図 3** は，**図 2** において，

$\angle BAC = 60^\circ$，$\angle ACP = 45^\circ$ とした場合を表している。

$\triangle APQ$ の面積が $4\sqrt{3}\,cm^2$ であるとき，$\triangle ABC$ の面積を求めよ。

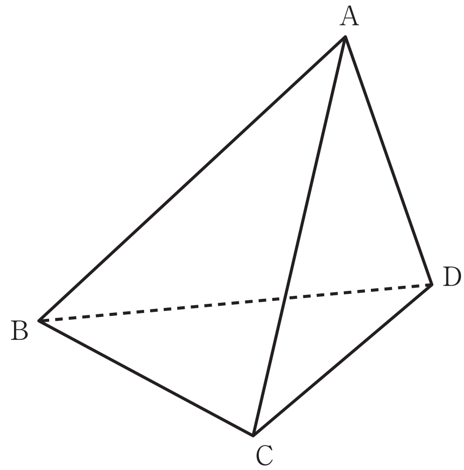
**図 3**



**4**　右の**図1**に示した立体 A－BCD は，AB=BC=BD=AC=AD= 2 cm，∠CAD=∠CBD= 90° である三角すいである。

次の各問に答えよ。

**図1**

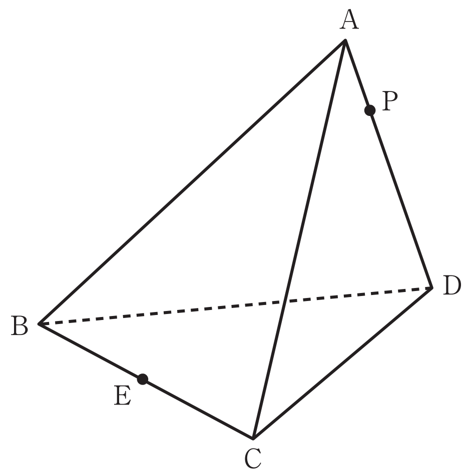



〔問 1〕　立体 A－BCD の体積は何 $cm^3$ か。

〔問 2〕　右の**図2**は，**図1**において，辺 BC の中点を E とし，辺 AD 上にある点を P とした場合を表している。

次の (1)，(2) に答えよ。

**図2**

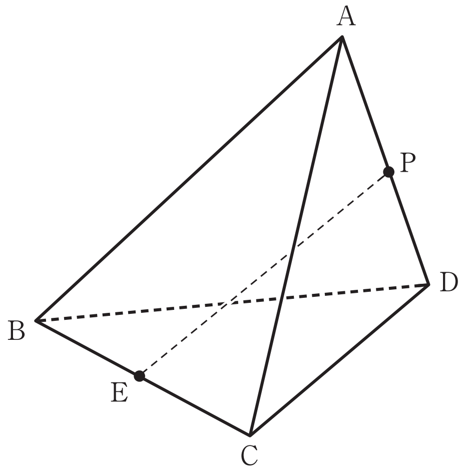


(1)　右の**図 3** は，**図 2** において，
点 P が辺 AD の中点であるとき，
点 E と点 P を結んだ場合を表している。

線分 EP の長さは何 cm か。

ただし，答えだけでなく，
答えを求める過程が分かるように，
途中の式や計算なども書け。

**図 3**

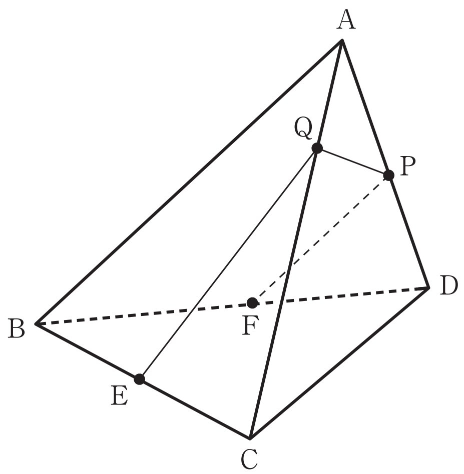



(2)　右の**図 4** は，**図 2** において，
辺 BD の中点を F とし，
辺 AC 上にある点を Q とし，
点 E と点 Q，点 Q と点 P，
点 P と点 F をそれぞれ結んだ場合
を表している。

EQ+QP+PF= $\ell$ cm とする。

$\ell$ の値が最も小さくなるように，
点 P は辺 AD 上を，点 Q は辺 AC 上
をそれぞれ動かしたとき，
∠CEQ の大きさは何度か。

**図 4**



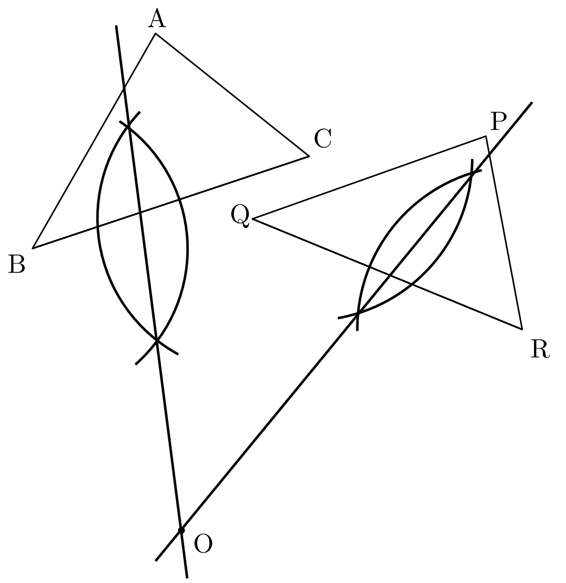
正答表　数学　(30 − 八)

解　答　用　紙

# 数　　学

| 1 | | 点 |
|---|---|---|
| 〔問 1〕 | $-9$ | 5 |
| 〔問 2〕 | $x = -\frac{5}{2}, \quad y = 10$ | 5 |
| 〔問 3〕 | $\frac{7 \pm \sqrt{17}}{4}$ | 5 |
| 〔問 4〕 | $\frac{5}{64}$ | 5 |
| 〔問 5〕 | | 5 |

解答例




※ の欄には、記入しないこと。

| 小計1 | 小計2 | 小計3 | 小計4 |
|---|---|---|---|
| | | | |

| 2 | | | 点 |
|---|---|---|---|
| 〔問 1〕 | $\left(3, \frac{9}{4}\right)$ | | 7 |
| 〔問 2〕解答例 | (1) | 【　途中の式や計算など　】 | 10 |

点 C から $x$ 軸に垂線 CH を引くと，
A(0, 4) であるから，

B(4, 4)，C(−4, 4)

よって，　CH$= 4$

BC=CP であるから，

CP=BC=BA+AC$= 8$

△CHP において，三平方の定理により，

$$\mathrm{CP}^2 = \mathrm{CH}^2 + \mathrm{PH}^2$$

したがって，

$$\mathrm{PH}^2 = \mathrm{CP}^2 - \mathrm{CH}^2$$
$$= 8^2 - 4^2 = 4^2(2^2 - 1)$$
$$= 4^2 \times 3$$

PH$> 0$ より，　$\mathrm{PH} = 4\sqrt{3}$　であるから

$$\mathrm{OP} = \mathrm{PH} - \mathrm{OH} = 4\sqrt{3} - 4$$

求める △OPC の面積は，

$$\triangle\mathrm{OPC} = \frac{1}{2} \times \mathrm{OP} \times \mathrm{CH}$$
$$= \frac{1}{2} \times (4\sqrt{3} - 4) \times 4$$
$$= 8\sqrt{3} - 8$$

(答え)　(　$8\sqrt{3} - 8$　)　cm$^2$

| | | | |
|---|---|---|---|
| 〔問 2〕 | (2) | $k = -\frac{1}{6}$ | 8 |

| $\boxed{3}$ | | 点 |
|---|---|---|
| 〔問 1〕 | ( 65 − $a$ ) 度 | 7 |
| 〔問 2〕解答例 | 【 証 明 】 | 10 |

△APB と △AQC において，仮定より，

$$AB=AC \quad \cdots ①$$

$$AP=AQ \quad \cdots ②$$

② より，

$$\angle APQ = \angle AQP$$

$\overset{\frown}{AC}$ に対する円周角は等しいので，

$$\angle ABC = \angle APC$$

よって，

$$\begin{aligned}\angle BAC &= 180^\circ - 2\angle ABC \\ &= 180^\circ - 2\angle APC \\ &= 180^\circ - 2\angle APQ \\ &= \angle PAQ\end{aligned}$$

したがって，

$$\begin{aligned}\angle BAP &= \angle PAQ - \angle BAQ \\ &= \angle BAC - \angle BAQ \\ &= \angle CAQ \quad \cdots ③\end{aligned}$$

①，②，③ より，
対応する 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

$$\triangle APB \equiv \triangle AQC$$

対応する辺の長さは等しいから，

$$BP=CQ$$ (証明終)

| 〔問 3〕 | $6\sqrt{3}$ cm$^2$ | 8 |
|---|---|---|

| $\boxed{4}$ | | | 点 |
|---|---|---|---|
| 〔問 1〕 | $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ cm$^3$ | | 7 |
| 〔問 2〕解答例 | (1) | 【 途中の式や計算など 】 | 10 |

△ABP において，三平方の定理により，

$$BP^2 = AB^2 - AP^2 = 2^2 - 1^2 = 3$$

△ACP において，三平方の定理により，

$$CP^2 = AC^2 + AP^2 = 2^2 + 1 = 5$$

点 P から辺 BC に垂線 PG を引くと，
△PBG において，三平方の定理により，

$$PG^2 = BP^2 - BG^2 = 3 - BG^2 \quad \cdots ①$$

△PCG において，三平方の定理により，

$$PG^2 = CP^2 - CG^2 = 5 - (2 - BG)^2 \quad \cdots ②$$

①, ② より， $BG = \dfrac{1}{2}$
したがって，

$$PG^2 = 3 - BG^2 = 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{11}{4}$$

$$EG = BE - BG = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

三平方の定理により，

$$EP^2 = EG^2 + PG^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} = 3$$

EP$>0$ より，

$$EP = \sqrt{3}$$

| (答え) | EP = $\sqrt{3}$ cm |
|---|---|

| 〔問 2〕 | (2) | 75 度 | 8 |
|---|---|---|---|

| 合計得点 | 受検番号 |
|---|---|
| | |